國　立　中　央　大　學

土 木 工 程 研 究 所

碩　士　論　文

DLM–GA 混合搜尋法
於結構離散最佳化設計之應用

研 究 生 ： 張 慰 慈

指導教授 ： 莊 德 興 博士

中 華 民 國 九 十 二 年 七 月

博碩士論文授權書

（國科會科學技術資料中心版本 92.2.17）

本授權書所授權之論文為本人在 國立中央 大學(學院) 土木工程 系所 結構工程 組 九十一 學年度第 二 學期取得 碩 士學位之論文。

論文名稱： DLM-GA 混合搜尋法於結構離散最佳化設計之應用

☑ 同意 ☐ 不同意 （政府機關重製上網）

本人具有著作財產權之論文全文資料，授予行政院國家科學委員會科學技術資料中心、國家圖書館及本人畢業學校圖書館，得不限地域、時間與次數以微縮、光碟或數位化等各種方式重製後散布發行或上載網路。

本論文為本人向經濟部智慧財產局申請專利(未申請者本條款請不予理會)的附件之一，申請文號為：_____，註明文號者請將全文資料延後半年再公開。

☑ 同意 ☐ 不同意 （圖書館影印）

本人具有著作財產權之論文全文資料，授予教育部指定送繳之圖書館及本人畢業學校圖書館，為學術研究之目的以各種方法重製，或為上述目的再授權他人以各種方法重製，不限地域與時間，惟每人以一份為限。

上述授權內容均無須訂立讓與及授權契約書。依本授權之發行權為非專屬性發行權利。依本授權所為之收錄、重製、發行及學術研發利用均為無償。上述同意與不同意之欄位若未鉤選，本人同意視同授權。

指導教授姓名：莊 德 興

研究生簽名 ：張 慰 慈　　學號：90322009

（親筆正楷）　　（務必填寫）

日期:民國 92 年 7 月 15 日

---

1. 本授權書 (得自http://sticnet.stic.gov.tw/sticweb/html/theses/authorize.html 下載或至 http://www.stic.gov.tw首頁右下方下載) 請以黑筆撰寫並影印裝訂於書名頁之次頁。
2. 授權第一項者，請確認學校是否代收，若無者，請個別再寄論文一本至台北市(106-36)和平東路二段 106 號 1702 室 國科會科學技術資料中心 王淑貞。(本授權書諮詢電話:02-27377746)
3. 本授權書於民國 85 年 4 月 10 日送請內政部著作權委員會(現爲經濟部智慧財產局)修正定稿，89.11.21 部份修正。
4. 本案依據教育部國家圖書館 85.4.19 台(85)圖編字第 712 號函辦理。

國立中央大學圖書館
碩博士論文授權書

(91 年 5 月最新修正版)

本授權書所授權之論文全文與電子檔，爲本人於國立中央大學，撰寫之碩/博士學位論文。(以下請擇一勾選)

(∨)同意 (立即開放)

(　)同意 (一年後開放)，原因是：＿＿＿＿＿＿＿＿

(　)同意 (二年後開放)，原因是：＿＿＿＿＿＿＿＿

(　)不同意，原因是：＿＿＿＿＿＿＿＿

以非專屬、無償授權國立中央大學圖書館與國家圖書館，基於推動讀者間「資源共享、互惠合作」之理念，於回饋社會與學術研究之目的，得不限地域、時間與次數，以紙本、光碟、網路或其它各種方法收錄、重製、與發行，或再授權他人以各種方法重製與利用。以提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。

研究生簽名：張　慰　慈

論文名稱：　DLM-GA 混合搜尋法於結構離散最佳化設計之應用　

指導教授姓名：　莊　德　興　

系所：　土 木 工 程 研 究 所　☐ 博士班　☑ 碩士班

學號：　90322009　

日期：民國 92 年 7 月 15 日

備註：

1. 本授權書請填寫並親筆簽名後，裝訂於各紙本論文封面後之次頁（全文電子檔內之授權書簽名，可用電腦打字代替）。
2. 請加印一份單張之授權書，填寫並親筆簽名後，於辦理離校時交圖書館（以統一代轉寄給國家圖書館）。
3. 讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印上列論文，應依著作權法相關規定辦理。

國立中央大學碩士班研究生

論文指導教授推薦書

土木工程 研究所 張慰慈 君所提之論文

DLM-GA 混合搜尋法於結構離散最佳化設計之應用

係由本人指導撰述，同意提付審查。

指導教授 莊 德 興 (簽章)

92 年 6 月 19 日

國立中央大學碩士班研究生

論文口試委員審定書

土木工程 研究所 張慰慈 君所提之論文

DLM-GA 混合搜尋法於結構離散最佳化設計之應用

經本委員會審議，認定符合碩士資格標準。

學位考試委員會召集人 王 安 培

委 員 顏 上 堯

莊 德 興

（簽章）

中 華 民 國 九 十 二 年 六 月 十 九 日

誌謝

本研究承蒙國科會 NSC91–2211–E–008–037 專題計畫之經費補助，特此致謝。

論文今日有幸付梓，首要感謝家嚴**張竹君先生**及家慈**黃寧女士**：父親處世剛正不阿、誠以待人，為我的人生樹立典範；母親素愛文藝，待我呵護備至，自幼教我以古文及書法，長成之後方深感其用心良苦。雙親年事已高，向來對於我的求學及研究表示絕對支持，不肖子求學在外，不能隨侍左右、承歡膝下，夜深時每每念及至此便淚濕案牘不能自已；今拙作定稿終能告慰高堂，不致辜負二老殷殷期望。

其次，最感佩的當是指導教授**莊德興博士**，恩師治學嚴謹，兩年來諄諄教誨、循循善誘，並提供完善的研究環境及豐沛的資源，使學生獲益良多；論文口試期間，承蒙本系系主任**顏上堯博士**、中原大學土木系系主任**王安培博士**給予諸多意見及指正，本文才不致因闕漏過多而貽笑方家。

攻讀碩士學位期間，系上的**陳慧慈老師**於作育英才及提攜後進方面不遺餘力，循序引導我建立正確的研究態度，令學生終身受用無窮；**丁承先老師**、**張瑞宏老師**亦為我在深造之路上指引明燈，諸位師長之恩澤，慰慈一日不敢或忘。

另博士班**王仁佐**、**陳震武**、**鄔德傳**、碩士班**吳泳達**、**余書維**、**施彥光**、**黃致榮**、**裴廣宇**、**楊文豪**...等學長常在各方面予我協助，與同儕**李育政**、**余正義**、**吳皇達**、**林盈宏**、**邱贊儒**、**徐茂豐**、**張家瑜**、**張軒誌**、**康瑞騰**、**黃旭輝**、**黃金順**、**馮裕庭**、**謝馨輝**、**蕭峻銘**...等(以上族繁不及備載，在此僅就部份人名按筆劃排序)、學弟**藍志浩**、**蕭嘉緯**朝夕砥礪，督促慰慈努力不懈，在此也藉機向諸位表達我的敬意。

最後要感謝好友**意晴**，雖動如參商、相距南北之遙，多年來妳總是無時無刻給予我關懷及安慰，求學期間因彼此各為生活奔忙，日夜思之竟不能再見倩影，但我始終記得妳那那燦爛的笑靨，彷彿一闔上眼就會浮現心中；以我一介迂腐儒生、拙劣不才，而竟能與妳相識，想來總覺上天待我優沃榮寵之極莫過於此！微末心跡今日終能付諸文字，藏入國家圖書館中以告世人，竊自以為這才是此篇論文最大的價值所在。

還有我最疼愛的妹子**阿芳**和**思思**、摯友**Cyndy**、**KoKo**、**小卉**、**靜芸**，妳們是我生命中的希望與光芒，我永遠不會忘記大家的支持和鼓勵。

德意志帝國的鐵血宰相俾斯麥曾云：「我們敬畏神明。除此之外，大地上沒有任何事物能讓我們動搖！」我的至親好友們，因為你(妳)們，世上沒有任何困頓能阻我前進，追逐那夢想的頂峰。

慰慈 癸未仲夏 謹誌 于 松濤園

中文摘要

本文主要是針對含離散設計變數之結構最佳化設計問題，提出一種結合離散拉格朗日法(DLM)和遺傳演算法(GA)的混合式全域搜尋法。DLM 為一種鄰點搜尋法，過去的研究結果顯示此法在中、小型結構問題上的求解能力極佳，惟處理多極值之大型問題時，雖然求解的品質不錯，但因屬局部搜尋法，故若參數調整不當，則仍有落入較差局部最佳解的缺憾。GA 為一隨機搜尋法，具全域搜尋之能力，但所使用之策略及可調整之參數甚多、處理大型結構相當耗時、且缺乏強固數學理論所建立之收斂準則，故即使所得之解為一局部最佳解，卻無從驗證。因此，本研究嘗試利用 GA 全域搜尋的能力，配合 DLM 具備強固之數學收斂準則，將此兩種演算法加以整合，以改善整體的搜尋效能。

研究中，首先針對大型結構提出一種合向量移動策略，來加速 DLM 的求解效率，並提出一種淘汰策略和調整懲罰參數的方法，藉以改善傳統 GA 求解的穩定性，最後再根據結構最佳化設計問題的特性，提出一種連續次區域搜尋觀念，同時修改 DLM 的鄰點搜尋方法，發展出 GA–NB 和 DLM–GA–NB 兩種混合搜尋法。數個結構輕量化設計問題將分別用來探討各種搜尋方法的適用性和影響各方法求解品質與效率的相關參數，並藉由和文獻設計結果之比較來印證本文所發展之搜尋方法的優缺點。結果顯示：(1) 合向量移動策略可以大幅改善 DLM 求解大型結構問題的效能；(2) 連續次區域搜尋之 GA–NB 法較傳統 GA 具備更為強健且快速的搜尋能力，非常

適合求解中、小型結構系統的最佳化問題；(3) DLM–GA–NB 混合求解策略則可進一步改善 DLM 的求解品質，非常適合求解中、大型結構系統之離散最佳化問題。

關鍵詞：結構輕量化設計、離散拉格朗日法、遺傳演算法、混合搜尋法、離散變數

Abstract

This report is devoted to the presentation of two hybrid search algorithms, namely GA–NB and DLM–GA–NB, for discrete sizing optimization of structures. The structure is subject to stress and displacement constraints under multiple load cases. The DLM (discrete Lagrangian method) is an adaptation of the usual Lagrange multiplier method for continuous problems. Previous applications of the method to structural optimization problems using available sections have shown that it is robust and validate for solving small- to medium-scale structures. Although good quality solution for large-scale structures can also be acquired using the method, it strongly depends on the weighting parameter selected by the user. On the other hand, GA has the ability in performing global search. However, the solution quality of the method relies on many factors, such as selection, crossover and mutation schemes, probabilities of crossover and mutation, and so on. It is also computational expensive for solving large-scale structures. To enhance the efficiency and robustness of the search for optimal structural design problems, an enhancing schemes for accelerating the search speed of the DLM and, the two hybrid search algorithms are proposed. A novel sequential regional GA searching concept is also developed and been implemented into the hybrid search algorithms presented in this report. More than ten typical structures studied in the literature are used to validate the effectiveness of the algorithms. It is shown that the algorithms proposed in the report are valid and robust in designing structures of weight minimization problems using available sections.

Keywords : optimum structural design, discrete Lagrangian method, genetic algorithm, hybrid search algorithms, discrete variables

目錄

中文摘要 ..... **i**

英文摘要 ..... **iii**

目錄 ..... **v**

表目錄 ..... **xiii**

圖目錄 ..... **xix**

第一章　緒論 **1**

1.1　研究動機與目的 1

1.2　文獻回顧 5

1.2.1　分岔及限值法 5

1.2.2　模擬鍛鍊法 7

1.2.3　遺傳演算法 8

1.2.4　離散拉格朗日演算法 13

1.2.5　其他 15

1.3　研究方法與內容 16

第二章　DLM 演算法 **19**

2.1　離散最佳化問題之數學模式 19

2.2　DLM 理論回顧 20

2.2.1　加權離散拉格朗日函數 20

2.2.2 鄰點 21
2.2.3 離散梯度 23
2.2.4 離散鞍點 24
2.2.5 轉換函數 24
2.2.6 收斂準則與一階搜尋公式 25
2.2.7 DLM 搜尋程序 29
2.3 合向量移動策略 31
2.4 合向量移動策略之數學算例 36
2.4.1 10 桿平面桁架 36
2.4.2 25 桿空間桁架 42
2.4.3 200 桿平面桁架(I) 49
2.5 討論 53

第三章 遺傳演算法 55

3.1 引言 55
3.2 GA 的搜尋策略 56
3.2.1 族群 56
3.2.2 束制函數的處理和適應函數 57
3.2.3 離散變數的處理 61
3.2.4 運算子 64
3.2.5 其他演化策略的運用運算子 70
3.2.6 收斂準則 73
3.3 數值算例 73
3.3.1 10 桿平面桁架 74
3.3.2 36 桿空間桁架 76

3.3.3 22 桿平面桁架 79
3.4 討論 82

第四章 DLM–GA 混合設計程序 83

4.1 引言 83
4.2 次區域 84
4.3 收斂準則 87
4.4 混合演算程序 87
4.4.1 GA–NB 88
4.4.2 DLM–GA–NB 89

第五章 數值算例及參數研究 93

5.1 結構離散最佳化問題之目標函數與束制條件 93
5.2 測試流程介紹 95
5.3 GA–NB 參數研究 97
5.3.1 參數研究：族群及菁英之多寡 97
5.3.2 參數研究：編碼方式 99
5.3.3 參數研究：動態懲罰函數之係數β 100
5.3.4 參數研究：汰除率 P_e 102
5.3.5 參數研究：選擇法 103
5.3.6 參數研究：交配法 104
5.3.7 參數研究：突變率一致性 C 105
5.3.8 參數研究：突變率 105
5.3.9 參數研究：移民政策 106
5.3.10 參數研究：NB 鄰點間距 b 107

5.3.11 參數研究：NB 合向量 n_{CV} 107
5.3.12 參數研究：NB 鄰點間距 b 配合合向量 n_{CV} 108
5.4 GA–NB 設計結果 109
5.4.1 10 桿平面桁架 109
5.4.2 25 桿空間桁架 112
5.4.3 72 桿空間桁架 115
5.4.4 36 桿空間桁架 117
5.4.5 22 桿平面桁架 120
5.4.6 132 桿穹頂桁架 121
5.4.7 200 桿平面桁架(II) 127
5.4.8 101 桿平面桁架 130
5.4.9 單跨雙層平面構架 134
5.4.10 雙跨五層平面構架 137
5.4.11 單跨八層平面構架 142
5.4.12 討論 146
5.5 DLM–GA–NB 設計結果 146
5.5.1 132 桿穹頂桁架 147
5.5.2 200 桿平面桁架(II) 151
5.5.3 101 桿平面桁架 156

第六章 結論與建議 161

6.1 結論 161
6.2 未來研究方向 163

參考文獻 165

附錄 A　25 桿平面桁架細部資料及設計結果 177

A.1　細部設計資料 177

A.2　DLM 設計結果 178

A.3　GA–NB 設計結果 179

附錄 B　72 桿平面桁架細部資料及設計結果 181

B.1　細部設計資料 181

B.2　GA–NB 設計結果 183

附錄 C　10 桿平面桁架細部資料及設計結果 185

C.1　細部設計資料 185

C.2　DLM–GA–NB 設計結果 186

附錄 D　36 桿平面桁架細部資料及設計結果 187

D.1　細部設計資料 187

D.2　GA 設計結果 189

D.3　GA–NB 設計結果 190

附錄 E　22 桿平面桁架細部資料及設計結果 191

E.1　細部設計資料 191

E.2　GA 設計結果 192

E.3　GA–NB 設計結果 193

附錄 F　132 桿穹頂桁架細部資料及設計結果 195

F.1 細部設計資料 195
F.2 GA–NB 設計結果 199
F.3 DLM 設計結果 204
F.4 DLM–GA–NB 設計結果 209

附錄 G 200 桿平面桁架(II)細部資料及設計結果 215

G.1 細部設計資料 215
G.2 GA–NB 設計結果 218
G.3 DLM 設計結果 224
G.4 DLM–GA–NB 設計結果 230

附錄 H 101 桿平面桁架細部資料及設計結果 237

H.1 細部設計資料 237
H.2 GA–NB 設計結果 239
H.3 DLM 設計結果 241
H.4 DLM–GA–NB 設計結果 243

附錄 I 200 桿平面桁架(I)細部資料及設計結果 245

I.1 細部設計資料 245
I.2 DLM 設計結果 248

附錄 J 單跨雙層平面構架細部資料及設計結果 255

J.1 細部設計資料 255
J.2 GA–NB 設計結果 256

附錄 K　雙跨五層平面構架細部資料及設計結果 257

K.1　細部設計資料 257

K.2　GA–NB 設計結果 259

K.3　DLM 設計結果 261

附錄 L　單跨八層平面構架細部資料及設計結果 263

L.1　細部設計資料 263

L.2　GA–NB 設計結果 270

L.3　DLM 設計結果 271

表目錄

表 2–1　合向量解說例 33
表 2–2　10 桿平面桁架設計資料 36
表 2–3　DLM 對 10 桿平面桁架設計所用參數 37
表 2–4　DLM 使用本文合向量策略對 10 桿平面桁架之影響 38
表 2–5　DLM 使用文獻合向量策略對 10 桿平面桁架之影響 38
表 2–6　10 桿平面桁架以 DLM 設計結果 41
表 2–7　10 桿平面桁架以 DLM 設計結果與文獻之比較 41
表 2–8　25 桿空間桁架設計資料 42
表 2–9　DLM 對 25 桿空間桁架設計所用參數 43
表 2–10　DLM 使用本文合向量策略對 25 桿空間桁架之影響 (w=0.5) 43
表 2–11　DLM 使用本文合向量策略對 25 桿空間桁架之影響 (w=1) 44
表 2–12　DLM 使用本文合向量策略對 25 桿空間桁架之影響 (w=10) 44
表 2–13　DLM 使用吳泳達(2003)合向量策略對 25 桿空間桁架之影響(w=0.5) 46
表 2–14　DLM 使用吳泳達(2003)合向量策略對 25 桿空間桁架之影響(w=1) 46
表 2–15　DLM 使用吳泳達(2003)合向量策略對 25 桿空間桁架之影響(w=10) 47
表 2–16　25 桿平面桁架以 DLM 設計結果 48
表 2–17　25 桿空間桁架以 DLM 設計結果與文獻之比較 49
表 2–18　200 桿平面桁架設計資料 49

表 2–19　DLM 對 200 桿平面桁架設計所用參數 50
表 2–20　DLM 使用本文合向量策略對 200 桿平面桁架之影響 .. 51
表 2–21　200 桿平面桁架以 DLM 設計結果 52
表 2–22　200 桿平面桁架以 DLM 設計結果與文獻之比較 52
表 3–1　GA 對 10 桿平面桁架設計所用參數 74
表 3–2　10 桿平面桁架以 GA 設計結果 75
表 3–3　10 桿平面桁架以 GA 設計結果與文獻之比較 76
表 3–4　36 桿空間桁架設計資料 76
表 3–5　36 桿空間桁架以 GA 設計結果 77
表 3–6　36 桿空間桁架以 GA 設計結果與文獻之比較 78
表 3–7　22 桿平面桁架設計資料 80
表 3–8　22 桿平面桁架以 GA 設計結果 81
表 3–9　22 桿平面桁架以 GA 設計結果與文獻之比較 81
表 5–1　各數值算例基本資料之比較(依解空間大小及結構類型排序) 96
表 5–2　GA–NB 參數研究所用之策略及參數值 98
表 5–3　不同族群及菁英大小對 GA–NB 之影響(I) 98
表 5–4　不同族群及菁英大小對 GA–NB 之影響(II) 99
表 5–5　不同編碼方式對 GA–NB 之影響 99
表 5–6　動態懲罰函數之係數β對 GA–NB 之影響 100
表 5–7　汰除率 P_e 對 GA–NB 之影響 103
表 5–8　各種選擇法對 GA–NB 之影響 104
表 5–9　各種交配法對 GA–NB 之影響 104
表 5–10　突變率一致性 C 對 GA–NB 之影響 105
表 5–11　突變率對 GA–NB 之影響 106

表 5–12　移民政策對 GA–NB 之影響 106
表 5–13　鄰點間距 b 對 GA–NB 之影響 107
表 5–14　合向量 n_{CV} 對 GA–NB 之影響 108
表 5–15　鄰點間距 b_i 及合向量 n_{CV} 同時使用對 GA–NB 之影響 . 109
表 5–16　GA–NB 對 10 桿平面桁架設計所用參數 110
表 5–17　10 桿平面桁架以 GA–NB 設計結果 110
表 5–18　10 桿平面桁架以 GA 設計結果與文獻之比較 112
表 5–19　GA–NB 對 25 桿空間桁架設計所用參數 113
表 5–20　25 桿空間桁架以 GA–NB 設計結果 113
表 5–21　25 桿空間桁架以 GA–NB 設計結果與文獻之比較 114
表 5–22　72 桿空間桁架設計資料 115
表 5–23　72 桿空間桁架以 GA–NB 設計結果 116
表 5–24　72 桿空間桁架以 GA–NB 設計結果與文獻之比較 117
表 5–25　GA–NB 對 36 桿空間桁架設計所用參數 118
表 5–26　36 桿空間桁架以 GA–NB 設計結果 118
表 5–27　36 桿空間桁架以 GA–NB 設計結果與文獻之比較 119
表 5–28　22 桿平面桁架以 GA–NB 設計結果 120
表 5–29　22 桿平面桁架以 GA–NB 設計結果與文獻之比較 121
表 5–30　132 桿穹頂桁架設計資料 122
表 5–31　GA–NB 對 132 桿穹頂桁架設計所用參數 123
表 5–32　132 桿穹頂桁架以 GA–NB 設計結果 124
表 5–33　DLM 對 132 桿穹頂桁架設計所用參數 125
表 5–34　132 桿穹頂桁架以 DLM 設計結果 126
表 5–35　132 桿穹頂桁架以 GA–NB 設計結果與文獻之比較 126

表 5–36　200 桿平面桁架(II)設計資料 127
表 5–37　200 桿平面桁架(II)以 GA–NB 設計結果 128
表 5–38　DLM 對 200 桿平面桁架(II)設計所用參數 129
表 5–39　200 桿平面桁架(II)以 DLM 設計結果 130
表 5–40　200 桿平面桁架(II)以 GA–NB 設計結果與文獻之比較 .130
表 5–41　101 桿平面桁架設計資料 131
表 5–42　101 桿平面桁架以 GA–NB 設計結果 132
表 5–43　DLM 對 101 桿平面桁架設計所用參數 133
表 5–44　101 桿平面桁架以 DLM 設計結果 134
表 5–45　101 桿平面桁架以 GA–NB 設計結果與文獻之比較 134
表 5–46　單跨單層平面構架設計資料 134
表 5–47　GA–NB 對單跨單層平面構架設計所用參數 136
表 5–48　單跨雙層平面構架以 GA–NB 設計結果 136
表 5–49　單跨雙層平面構架以 GA–NB 設計結果與文獻之比較 .137
表 5–50　雙跨五層平面構架設計資料 138
表 5–51　GA–NB 對雙跨五層平面構架設計所用參數 139
表 5–52　雙跨五層平面構架以 GA–NB 設計結果 140
表 5–53　DLM 對雙跨五層平面構架設計所用參數 141
表 5–54　雙跨五層平面構架以 DLM 設計結果 142
表 5–55　雙跨五層平面構架以 GA–NB 設計結果與文獻之比較 .142
表 5–56　單跨八層平面構架設計資料 143
表 5–57　單跨八層平面構架以 GA–NB 設計結果 144
表 5–58　DLM 對單跨八層平面構架設計所用參數 145
表 5–59　單跨八層平面構架以 DLM 設計結果 146
表 5–60　單跨八層平面構架以 GA–NB 設計結果與文獻之比較 .146

表 5–61　DLM–GA–NB 對 132 桿穹頂桁架設計所用參數 148
表 5–62　132 桿穹頂桁架以 DLM–GA–NB 設計結果 149
表 5–63　132 桿穹頂桁架以 DLM–GA–NB 設計結果與文獻之比較 151
表 5–64　DLM–GA–NB 對 200 桿平面桁架(II)設計所用參數 152
表 5–65　200 桿平面桁架(II)以 DLM–GA–NB 設計結果 153
表 5–66　200 桿平面桁架(II)以 DLM–GA–NB 設計結果與文獻之比較 155
表 5–67　DLM–GA–NB 對 101 桿平面桁架設計所用參數 157
表 5–68　101 桿平面桁架以 DLM–GA–NB 設計結果 157
表 5–69　101 桿平面桁架以 DLM–GA–NB 設計結果與文獻之比較 159

圖目錄

圖 2–1　二維空間之鄰點 21
圖 2–2　離散梯度 23
圖 2–3　DLM 搜尋示意圖 27
圖 2–4　DLM 演算流程 30
圖 2–5　合向量之概念 32
圖 2–6　10 桿平面桁架 36
圖 2–7　DLM 使用本文合向量策略對 10 桿平面桁架之影響 (Set 1) 39
圖 2–8　DLM 使用本文合向量策略對 10 桿平面桁架之影響 (Set 2) 39
圖 2–9　DLM 使用文獻合向量策略對 10 桿平面桁架之影響 (Set 1) 40
圖 2–10　DLM 使用文獻合向量策略對 10 桿平面桁架之影響 (Set 2) 40
圖 2–11　25 桿空間桁架 42
圖 2–12　DLM 使用本文合向量策略對 25 桿空間桁架之影響 (w=0.5) 44
圖 2–13　DLM 使用本文合向量策略對 25 桿空間桁架之影響 (w=1) 45
圖 2–14　DLM 使用本文合向量策略對 25 桿空間桁架之影響 (w=10) 45
圖 2–15　DLM 使用本文合向量策略對 25 桿空間桁架之影響 (w=0.5) 47
圖 2–16　DLM 使用吳泳達(2003)合向量策略對 25 桿空間桁架之影響(w=1) 47

圖 2–17　DLM 使用吳泳達(2003)合向量策略對 25 桿空間桁架之影響(w=10.0) 48
圖 2–18　200 桿平面桁架(I) 50
圖 2–19　DLM 使用本文合向量策略對 200 桿空間桁架之影響 52
圖 3–1　BGA 強迫均勻編碼法 62
圖 3–2　排序選擇法各種 R 值對應個體編號之情形 66
圖 3–3　BGA 單點交配 67
圖 3–4　BGA 兩點交配 67
圖 3–5　BGA 均勻交配 68
圖 3–6　10 桿平面桁架以 GA 設計之結果 75
圖 3–7　36 桿空間桁架 77
圖 3–8　36 桿空間桁架以 GA 設計之結果 78
圖 3–9　22 桿平面桁架 80
圖 3–10　22 桿平面桁架以 GA 設計之結果 81
圖 4–1　解空間及次區域分佈情形 85
圖 4–2　由已知解定義次區域之方式 86
圖 4–3　GA 演算流程 90
圖 4–4　混合演算法流程 91
圖 5–1　動態懲罰函數之係數β＝0.1 對 GA–NB 可行解佔有率之影響 101
圖 5–2　動態懲罰函數之係數β＝0.5 對 GA–NB 可行解佔有率之影響 101
圖 5–3　動態懲罰函數之係數β＝0.9 對 GA–NB 可行解佔有率之影響 102
圖 5–4　10 桿平面桁架以 GA–NB 設計之結果 111

圖 5–5　25 桿空間桁架以 GA–NB 設計之結果 114
圖 5–6　72 桿空間桁架 115
圖 5–7　72 桿空間桁架以 GA–NB 設計之結果 116
圖 5–8　36 桿空間桁架以 GA–NB 設計之結果 119
圖 5–9　22 桿平面桁架以 GA–NB 設計之結果 121
圖 5–10　132 桿穹頂桁架 122
圖 5–11　132 桿穹頂桁架以 GA–NB 設計之結果 124
圖 5–12　132 桿穹頂桁架以 DLM 設計之結果 124
圖 5–13　200 桿平面桁架以 GA–NB 設計之結果 128
圖 5–14　200 桿平面桁架以 DLM 設計之結果 129
圖 5–15　101 桿平面桁架 131
圖 5–16　101 桿平面桁架以 GA–NB 設計之結果 132
圖 5–17　101 桿平面桁架以 DLM 設計之結果 133
圖 5–18　單跨雙層平面構架 135
圖 5–19　單跨雙層平面構架以 GA–NB 設計之結果 137
圖 5–20　雙跨五層平面構架 138
圖 5–21　雙跨五層平面構架以 GA–NB 設計之結果 140
圖 5–22　雙跨五層平面構架以 DLM 設計之結果 141
圖 5–23　單跨八層平面構架 143
圖 5–24　單跨八層平面構架以 GA–NB 設計之結果 144
圖 5–25　單跨八層平面構架以 DLM 設計之結果 145
圖 5–26　132 桿穹頂桁架以 DLM–GA–NB 設計之結果 149
圖 5–27　132 桿穹頂桁架以 DLM–GA–NB 設計之結果(DLM) ... 150
圖 5–28　132 桿穹頂桁架以 DLM–GA–NB 設計之結果(GA–NB)
..... 150

圖 5–29　200 桿平面桁架(II)以 DLM–GA–NB 設計之結果 154
圖 5–30　200 桿平面桁架(II)以 DLM–GA–NB 設計之結果 (DLM) 154
圖 5–31　200 桿平面桁架(II)以 DLM–GA–NB 設計之結果 (GA–NB) 155
圖 5–32　101 桿平面桁架以 DLM–GA–NB 設計之結果 158
圖 5–33　101 桿平面桁架以 DLM–GA–NB 設計之結果(DLM) 158
圖 5–34　101 桿平面桁架以 DLM–GA–NB 設計之結果(GA–NB) 159

第一章　緒論

1.1　研究動機與目的

不論是商業產品或工程結構，符合功能、安全、經濟與美觀等需求往往是設計者所共同追求的目標，但要使所設計之產品同時符合這些要求，卻是一件相當艱難的工作。撇開功能與美觀等因素，經濟性與安全性便是在設計過程中經常發生相互矛盾與衝突的兩個要項。

目前，在工程結構實務設計上，較為合理、可行的設計程序是以試誤法來反覆進行結構設計，也就是說，工程師根據其實務經驗，先評估並假設一組構材斷面，並在結構分析之後，檢核是否符合規範強度、勁度等相關規定；若不符合，再調整構材斷面重新分析與檢核。對於一個有經驗的設計者來說，在有限次數之內，以試誤設計程序達成符合安全需求的目標並不難，但若要同時符合安全與經濟兩項需求，就不是一件容易的工作了。特別是一個工程結構的設計必須考慮多種載重組合，使得分析與設計程序更為複雜，在多數情況下，要同時符合安全與經濟需求，可能必須經過無窮多次的反覆設計程序才可達成。

自60年代開始，由於電腦科技的快速發展，產業自動化的研究與分析軟體的開發，就一直扮演著舉足輕重的角色。而低價個人電腦和網路的問世，更掀起了新的世界性產業革命，不僅軟體的開發

費用大幅降低，更精確的分析技術，也促使自動化設計的研究更為蓬勃發展，最佳化設計方法的研究便是發展自動化設計非常重要的一部份。

最佳化理論在工程設計上的應用已有多年的歷史，由於此方法在給定的束制條件下，可以經由數學邏輯所寫成之電腦程式自動選取設計變數，使得所設計之結構系統內每一單元的勁度，均可以滿足外力與規範條文之需求，同時可使設計結果滿足某一預設之最佳目標，例如結構重量或造價等，故已經被認為較傳統試誤法更為合理、可靠的一種自動設計方法。因此，發展快速、穩定且可靠的結構最佳化設計方法與應用軟體實為一值得深入探討之課題。

過去在結構最佳化設計研究的領域中，經常假設設計變數為連續變數以簡化問題求解的困難度，一般較為常用的解法則以數學規劃法(mathematical programming methods) (Svanberg, 1981; Felix and Vanderplaats, 1987; Gil and Andreu, 2001)或最佳準則法(optimality criteria methods) (Cheng and Juang, 1989)為主。然實務上因工程產品標準尺寸或施工、製造上的限制，許多設計變數經常是離散數值，例如：鋼廠生產之熱軋型鋼斷面、鋼板標稱厚度、螺栓數量、...、等，均屬離散數值。由於離散變數的存在，使得結構最佳化設計問題成為含離散變數之非線性最佳化問題(nonlinear discrete optimization problems)，其目標函數(objective function)和束制函數(constraint function)亦為離散函數，其不可微性，導致傳統較有效率的數學規劃法或最佳準則法無法直接應用。

離散最佳化設計是屬於組合最佳化的問題(combinatorial optimization problems)，例如：一個十根桿件之桁架的最佳設計問題，其桿件可選用之斷面集合包含42個不同斷面，則相當於要由42^{10}個可能的斷面組合中，找出一組最佳斷面使目標函數最低且符合束制條件，這是一件相當耗時且不易的工作。

結構離散最佳化設計問題早在1968年即有學者開始探討(Toakley, 1968)，或許是離散問題的求解不易，在1970~1980年間的結構最佳化設計研究，反而以改善連續變數最佳化方法之計算效率為主要訴求，結構的離散最佳化設計研究並不多見。這個現象大致維持到80年代初期，離散最佳化設計研究才又逐漸受到重視。

最簡單也最省時的離散最佳化設計方法，或許就是假設設計變數為連續變數，先以傳統最佳化方法求得近似解，再以切除(round–off)或進位(round–up)方式來獲得離散解，但是這種方法所得之解，往往不是真正最佳解或為不可行解(infeasible solution)。

由於實務設計需求與電腦科技的快速發展，新的離散最佳化方法在近一、二十年來相繼被提出。較常見之方法大致有分岔與限值法(branch and bound methods, B&B)、模擬鍛鍊法(simulated annealing, SA)、遺傳演算法(genetic algorithms, GA)、鄰點搜尋法(neighborhood searching methods)和其他啟發式搜尋法(heuristic searching methods)等，但各類方法仍有其缺失，可改善空間仍大，與連續變數最佳化方法相較，離散最佳化設計的研究可說是還在萌芽階段。

在眾多方法之中，因GA不直接處理設計變數，可在複雜之設計空間隨機搜尋離散最佳解，故近十多年來利用GA進行結構離散最佳化設計的研究相當活躍。然而傳統GA的求解品質和收斂的穩定性卻和許多因素有關，例如選擇、交配和突變的技巧、交配和突變的機率、族群數的大小、搜尋代數、束制函數的處理、...、等，若選用方法不當，所得之解的品質可能會相當差，甚至可能是一個不可行解或不合理的解。缺乏強固的收斂條件和耗時更是此法最為人詬病的缺失。因此改善搜尋效率和解的穩定性亦成為近幾年來GA研究者的首要目標。

近兩年來，Juang(2003)根據離散拉格朗日法(discrete Lagrangian method, DLM)的理論，提出一種修改的靜態加權離散拉格朗日演算法，並分別用來求解群樁基礎低價化設計(莊德興、吳朗益，2003)和結構離散最佳化設計(Juang, et al., 2003)等問題。研究結果顯示，此法在求解中、小型結構問題時，不僅解的品質佳且具備非常強健而穩定的能力。但DLM本質上是屬於局部搜尋法，因此在遇到大型結構問題時，如果目標函數權因子的調整不當，便可能影響求解品質。同時，因DLM為一種鄰點搜尋法，故設計變數增加時，其求解時間會以指數型態增加，故仍具備改善的空間。

基於各類方法均有其優缺點，因此本文之主要目的有四：

(1) 針對DLM的缺失提出一種合向量移動技巧，藉以改善此法的搜尋效率；

(2) 針對GA提出束制函數的處理方法和淘汰策略，並以DLM的收斂條件發展一種較簡單的鄰點搜尋法，來調整GA的求解品質，本文稱之為GA–NB搜尋法，以確保GA所得之解至少是一個局部最佳解。

(3) 參考結構最佳化問題之特性，發展一種連續GA–NB次區域搜尋法(sequential regional GA–NB search method)，以改善GA求解的穩定性與求解品質，並降低搜尋時間。

(4) 最後，本文再提出一種結合DLM和連續GA–NB次區域的混合式搜尋法，以改善DLM處理大型系統的求解品質。

本章將先針對結構離散最佳化問題進行文獻回顧，再說明研究內容。

1.2 文獻回顧

近一、二十年來已有不少學者提出處理離散變數之最佳化方法，Arora, et al. (1994)、Bauer (1994)和Thanedar and Vanderplaats (1995)等知名學者，均曾對結構離散最佳化問題的解法做了一些回顧與探討，其中較常用且適合於處理結構離散最佳化問題的方法大致有以下數種：(1)分岔及限值法；(2)模擬鍛鍊法；(3)遺傳演算法；離散拉格朗日演算法。各類方法均有其優缺點，今討論如下。

1.2.1 分岔及限值法(Branch and Bound Methods, B&B)

B&B早期被用來處理離散線性規劃問題(Garlinkel and Nemhauser, 1992)，並逐漸被改善用來求解非線性離散問題上(Gupta and Ravindran, 1984; Ringertz, 1988; Cha and Mayne, 1989; Sandgren, 1990)。

B&B本質上為多階段設計法，演算步驟為：

(1) 假設問題為連續變數求解。

(2) 將連續解附近之離散解範圍定出，描繪出離散樹及所有分岔點(Branch)。

(3) 依序調整每一變數至最佳離散值，並同時定義其餘未定變數之上下限(Bound)。

(4) 反覆執行上一步驟，直至各變數之離散值不再變動為止，此時可得到最佳離散解。

誠如Arora et al.(1994)所言，對於凸集合問題而言，B&B是正確的，但多極值之非線性問題之最佳連續解與離散解常不在同一次區域中，此時B&B便無法找到全域最佳解。

B&B通常需要大量空間來儲存離散樹每一分岔點之設計值，且實務工程問題之設計變數量很多，離散樹之分岔點便相當可觀。B&B演算過程中需連續進行多次非線性數學數學規劃法求解，此時

將產生數值運算上的問題，求解效率也因而下降(Arora, et al., 1994)。

Tseng曾嘗試對B&B法提出改善策略，但對於效率之提升並無多大幫助(Tseng, et al., 1992)。另一種改良方式是採用近似法(Schmit and Fleury, 1980; Olsen and Vanderplaats, 1989)，即先解非線性連續問題，再以B&B求解近似問題(例如將原來的非線性問題予以線性化近似)，雖可提升求解效率，但無法保證所得為最佳解，甚至可能得到不可行解(Infeasible Solution)。Vanderplaats亦曾建議一種結合直接和反覆求解的方法，但所得解較為保守(Vanderplaats, 1990)。

1.2.2 模擬鍛鍊法(Simulated Annealing, SA)

SA是利用統計力學模擬自然界物質降溫結晶時，分子結構重新排列後將使整體勢能最小的現象(Kirkpatrick, et al., 1983; Trosset, 2002)，Geman and Geman(1984)和Hajek(1986; 1988)曾先後為其建立了收斂所需之充要條件。由於不需求得函數之導數及Hessian矩陣，故極適合解決離散變數最佳化問題。但SA原本是用於處理不含束制條件之最佳化問題的演算法，當問題含有束制條件時，SA便須藉助懲罰函數之協助將問題轉換為無束制化問題，因而導致其無法迅速收斂；在實際應用時，SA理論上需要無限長的時間方能穩定收斂於全域最佳解，此一特性顯然不符合實務結構工程最佳化設計之需求。

1.2.3 遺傳演算法(Genetic Algorithms, GA)

GA乃Holland參考達爾文進化論中「物競天擇，適者生存」的理論所提出的一種演算法(Holland, 1962)。由於GA是建立於統計之基礎上，所處理的函數的不需可微分，目標函數與束制函數間亦不需表示為顯性關係，搜尋時亦不直接處理設計變數，故極適合處理含離散變數之問題。

GA最早是用在人工智慧的研究領域，由於它可在全域隨機搜尋，有機會可以尋獲全域最佳解，因此二十多年來GA在最佳化設計、控制工程、決策分析、圖形識別、專家系統...等科學及工程領域之應用已日趨蓬勃(De Jong, 1975; Goldberg and Samtani, 1986; Goldberg, 1989; Whitley, 1989; Davis, 1991; Lin and Hajela, 1992; Rajeev and Krishnamoorthy, 1992; Grierson and Pak, 1993; Coello, et al., 1994; Rajan, 1995; Wu and Chow, 1995a; Wu and Chow, 1995b; Galante, 1996; Rajeev and Krishnamoorthy, 1997; Camp, et al., 1998; Groenwold, et al., 1999; Ponterosso and Fox, 1999; Yeh, 1999; Coello and Christiansen, 2000; Erbatur, et al., 2000; Nanakorn and Meesomklin, 2001; 許博傑、林其禹，2001; 張慰慈、莊德興，2002; 莊德興、吳明賢、余書維，2002)。

GA是一種隨機搜尋的方法，每次搜尋均由包含固定數量之設計點所形成的族群(population)中來尋找較佳的解，每次搜尋稱為一代。一組由隨機方式產生的可能初始設計點稱為初始族群(initial population)，藉由各個設計點的表現，依自然界「物競天擇，適者生存」的原理進行進化演算。因此，在同一代族群中的每一設計點必

須與其他設計點根據其適應函數值來相互比較，好的親代被選擇保留下來進行下階段的運算(如交配或突變)，以產生新的子代(即新的設計點)。通常子代可能會有較佳的適應函數值出現，也就是更好的設計。新的設計點將取代親代族群，再重複相同步驟求更好的下一代，直至符合收斂條件為止。

在Goldberg(1989)書中所介紹之簡單遺傳演算法(simple genetic algorithm, SGA)，主要是以複製(reproduction)、交配(crossover)和突變(mutation)等主要三個基本運算子(operator)反覆進行演化來搜尋最佳解。基本運算子的演化策略相當多樣化，例如：複製階段會將較優的染色體(chromosome)選擇進入交配池中進行交配，進入交配池中的個體可採輪盤選擇法(wheel selection method, WSM) (Davis, 1991)、競爭法或排序選擇法(ranking selection method, RSM) (Whitley, 1989)等；交配法則有單點交配、兩點交配、三點交配、均勻交配等各種方式；突變策略除傳統方式之外，另有考量交配親代一致性所使用之修正突變率(Wu and Chow, 1995a)。

由於GA的隨機搜尋特性，故可能好的解在交配和突變過程中反而會變差，為避免好的解因交配和突變而遺失，故又有所謂的族群菁英政策(elitism)被提出來改善此缺失(De Jong, 1975)。

GA之搜尋能力雖不受函數之複雜程度影響，但亦有其先天上之限制，其主要困難點為：

(1) 束制函數的處理及演算策略的選擇

GA原本是用來處理無束制之問題，為考量束制函數之影響，許多學者提出不同的方法，但其適用性與穩定性往往因問題而異(Coello, 2002)，即使是常用的外懲罰函數法(exterior penalty function methods)，其懲罰參數的調整方式就有數十種，包括採用固定值、動態調整法(dynamic penalty)、適應性調整法(adaptive penalty)...等，每種方法可能又需根據所處理之問題去調整許多參數，過多必須調整的參數，往往會使得演算法的親和力不足。針對此點，根據張慰慈與莊德興(2002)之建議，可藉由觀察族群於可行域(feasible region)及不可行域(infeasible region)之分佈情形，對懲罰函數作快速的動態調整，以減少使用策略不當時造成之影響，並進而提升解的品質與穩定性。

(2) 收斂準則及解的不確定性

GA並無強固之數學理論做為根基，且因隨機搜尋特性，故所得之解並非唯一，其解的好壞往往與所採用之運算法則與策略有關，例如：選擇方法、交配法則、突變與交配機率...等等(Rajeev and Krishnamoorthy, 1997)，故除了較簡單的數學問題或其他文獻已經存在的參考解之外，一般仍無法確定所求得之解即為最佳解(即使是局部最佳解)，故針對同一問題，往往必須交叉運用前述不同運算策略進行多次搜尋，以找到接近真實最佳解或真實最佳解(張慰慈、莊德興，2002)。

另外，為了改善求解的穩定性，亦有人提出混合式的GA演算法(Yeh, 1999)。此法主要是在交配和突變後，將族群中的最佳個體以fully stress design(FSD)的觀念推向應力束制面。雖然此法可以提高解的穩定性，但對靜不定結構而言，FSD不見得是一個最佳解，且應用於離散問題時，必須將FSD所得之解予以round–off或round–up至離散變數值，此亦往往無法獲得真正最佳解。另外，若遇到位移束制為主動束制，則所得之解亦不見得為可行解。

(3) 解空間之大小

在使用相同的進化策略時，問題之解空間愈大，GA演算所需之族群數也需愈大，否則搜尋之品質便會降低，但如此一來，亦造成更多計算量與時間的耗費，甚至無法找到較好的解。

為提升GA之搜尋效率，Groenwold等人乃提出regional GA(Groenwold, et al., 1999)，此法是藉由傳統數學規劃法，先找到一個近似解，再依據此近似解定義一個次區域，利用GA在此次區域搜尋離散最佳解。此構想乃一般結構最佳化問題的局部最佳解大多分佈於主動束制面附近，故可嘗試將GA搜尋範圍縮小至最佳解可能出現之範圍，對於計算量之節省及效率之提升相當有助益。但是，傳統數學規劃法大多為局部搜尋法，解的品質與初始設計點有關，若次區域範圍的訂定不夠完整，可能就會遺漏真正最佳解。另外，雖然regional GA可減少搜尋時間，但是缺乏好的收斂條件，仍然無法確立所得之解至少為一局部最佳解。

(4) 設計變數的表示方式

二位元編碼遺傳演算法(binary genetic algorithms, BGA)在演算時必須先將離散變數轉換為二位元碼，解空間便隨之加大；為使原解空間與二位元碼解空間呈均勻對應關係，有研究建議採懲罰近似法(penalty approach method, PAM)或超額分配法(excessive−distribution method, EDM) (Lin and Hajela, 1992)等方式，但此一作法不僅均勻度較差，對計算量之需求亦相對提升。為此，亦有文獻採用實數編碼遺傳演算法(real genetic algorithms, RGA) (許博傑、林其禹，2001)以期省去編碼及解碼過程，直接對實數設計變數進行產生初始族群、選擇、複製、交配、突變等進化演算；理論上RGA的確可節省部份運算量，但其本質上適合處理連續變數，用於處理離散變數問題時，需將交配或突變後所得之變數值調整至最接近之離散值，因而降低其搜尋能力。根據近年來之研究顯示，可採用強迫均勻編碼方式(張慰慈、莊德興，2002)，此法不僅可使編碼完全均勻，並能使解空間不致擴大，對於GA求解之品質及穩定性均有明顯之助益。

(5) 高計算量

GA應用於最佳化設計時會耗費較大運算量，除前述族群數和解空間擴大之原因外，編碼、解碼之過程亦會耗費資源。為改進此一缺陷，可使用單點或兩點交配，僅針對交配點位置之變數做二位元編碼、解碼處理及交換，以降低二位元編碼及解碼所需耗費之計算量。

此外，在中、大型結構最佳化設計中，對於計算量消耗最大的，莫過於結構分析。故在提升計算效率上，應以改善搜尋策略、減少結構分析次數為優先目標。但即便如此，GA在演算過程中所需消耗的資源仍然較他演算法為多，此一問題目前看來可能需藉由平行運算系統方能有效解決(Cai and Thierauf, 1994)。

1.2.4 離散拉格朗日演算法(Discrete Lagrangian Method, DLM)

DLM乃Wah and Shang提出的一種離散最佳化解法(Wah and Shang, 1996)，此法沿用拉格朗日乘子法(Lagrangian multipliers method)之精神，但將函數梯度改用函數差分來取代，並配合離散鞍點(discrete saddle point, DSP)的定義來建立離散空間的一階搜尋法，已被成功地用來解決一些資訊工程上的問題(Wah, et al., 1997; Shang and Wah, 1998; Wah and Wu, 1999)。

DLM具備了完整的數學推演，證明此法所搜尋之離散鞍點必為一局部最佳點，且透過拉格朗日乘子(Lagrangian multiplier)更新速度的控制與目標函數之權因子的調整，DLM亦有機會脫離某一局部最佳點往另一局部最佳點搜尋。

由於DLM的收斂準則僅確保所得之解必為一局部最佳解，為了使此法能夠進行全域搜尋，Wah et al.(1996; 1997; 1999)針對其問題(satisfiability problems and QMF filter banks design problems)提出數個演算程序，期望可以達到全域搜尋的目的，但這些程序的基本觀念

與推導過程均是針對其求解問題來建立，例如：satisfiability problems屬於含等式限制式之0–1問題，QMF filter banks design problems則屬多目標無束制問題(求解時先將問題轉換為含不等式限制式之整數問題)，均不適用於結構最佳化設計問題。其主要癥結包括：計算效率、問題特性不同等。例如：離散結構最佳化設計問題屬於含不等式限制式之非線性問題，且可選擇之離散斷面可能為不等間距，使得問題特性與satisfiability problems與QMF filter banks design problems不同；此外，DLM屬於鄰點搜尋法，其移動方向是藉由設計點與使用者自訂之鄰點的離散拉格朗日函數(discrete Lagrangian function, DLF)相互比較來決定，因此每次搜尋必須針對設計點與使用者自訂之鄰點進行結構分析，而結構分析亦是最佳設計問題求解過程中最為耗時的一部份，若採用原作者之全域搜尋方式，所需計算量將過於龐大。

Wah亦建議搜尋過程中不應經常更新離散拉格朗日乘子(Wah and Shang, 1996)，因在其求解的問題中，每次搜尋僅更新一個設計變數，對DLF的影響並不大。但在結構離散最佳化設計問題中，更新一個設計變數對DLF之影響可能相當敏感，其影響必須視可選用設計變數之間距變化大小而定，同時實務結構問題常考量配置對稱性而強制部份構材必須使用同一斷面(member linking)，則變更一個設計變數相當於同時改變數根桿件，其對目標函數與束制函數之影響便會相當可觀；另外，若受壓構材考慮挫屈應力的限制時，其容許挫屈應力亦會因斷面的改變而改變，亦間接使桿件斷面的改變對DLF的影響較大，故應用DLM於結構最佳化設計時，Wah所建議之演算程序必須修改。

近兩年來，根據莊德興對DLM理論的研究，已成功將演算流程修改為適用於求解群樁基礎之低價化設計(莊德興、吳朗益，2003)與桁架輕量化設計問題(Juang, et al., 2003)，並採用較簡單之靜態權因子策略，雖然所建議之演算程序的收斂條件僅能確保所得之解為離散空間的局部最佳解，但研究結果顯示此法在處理離散變數問題時，只要權因子與更新拉格朗日乘子的速度選擇恰當，不僅解的品質相當好，且具備非常強健的搜尋能力，其所需調整之參數只有兩個，非常適合用來處理離散變數之問題。

基於DLM屬於鄰點搜尋法的緣故，其對求解空間之變化情形較為敏感。在處理大型結構或多極值問題時，目標函數之權因子及拉格朗日乘子之速度更新因子可調整空間將變得相當狹窄，且權因子之設定需仰賴全域最佳解之數值大小而定，除非對求解之問題有一定程度的瞭解，否則仍然很容易錯過全域最佳解或耗費較高之計算量。

1.2.5 其他

除了上述幾種方法之外，其他如修改懲罰函數法(modified penalty function method) (Shin, et al., 1990)、鄰域搜尋法(neighborhood searching method) (Reiter and Sherman, 1965)等，但使用這些方法時必須注意一些參數的調整，否則很難得到較好的解，其通用性亦是一個較大的問題。

1.3 研究方法與內容

綜觀以上所述之演算法，比較其特性：

(1) 在離散最佳化演算法之歸類中，SA與GA同屬於隨機搜尋，這類方法原本均用來處理無束制之最佳化問題。當有束制條件時，一般便將目標函數和束制函數加權組合成為一個無束制化之擬目標函數，再加以求解，如果權因子使用不當，將影響求解品質，甚至獲得不可行解。另外，SA在處理全域搜尋時所需時間極長，恐難滿足實務工程結構設計程序之需求。雖然GA也有其需要克服及改進之處，但可用策略及組合方式甚多，若能妥善調整，GA尚有極大之潛力，且對於次區域中之搜尋能力亦值得肯定。

(2) B&B與DLM屬於deterministic method，雖為局部搜尋法，但所得之解具備較高之穩定性，其中DLM又可保證所得之解一定為局部最小值。實際結構最佳化問題之變數量較多，若使用B&B求解時，其效率較差；反觀DLM在問題的變數數量增加時，所需分析量雖會呈指數形態遞增，但它可透過合向量的技巧加快其收斂速度，其求解品質往往較B&B好，故較適合處理實務結構設計最佳化問題。

DLM雖具有穩定性佳、明確的收斂準則等優點，但因此法屬局部搜尋法，若相關參數設定不佳，仍有陷入較差局部解的可能，特別是一些較大型的設計問題。此時若可借助GA來跳脫出局部空間，向新的區域繼續探索，或可更進一步改善求解品質；同時，DLM亦

可為GA篩選出最佳解可能存在之次區域，以提升GA在進化演算上的效率，進而降低所需耗費之計算量。

本研究首先將針對DLM提出一種合向量移動的改善策略，使每次搜尋可以變更多各設計變數，藉以加速大型結構的搜尋時間。另外，本文亦將提出一種連續GA–NB次區域搜尋法，期望以較少族群數在一些局部空間連續搜尋，一來改善GA耗時的缺失，二來可提高求解的穩定性。最後本文將提出一種結合DLM及GA–NB的混合搜尋法，藉由DLM的快速、穩定搜尋，先找到一個品質不錯的局部最佳解，再以GA–NB連續次區域的搜尋，針對大型結構在多種載重組合作用下之輕量化設計問題進行求解。

本文所討論之結構桿件斷面均由已知之離散集合中選取，結構系統則包含桁架及構架，束制條件則包含應力、挫屈應力與位移等。全文內容共分為六章，包含緒論、DLM演算法、遺傳演算法、GA–NB與DLM–GA–NB混合演算策略、數值計算例與參數研究、以及結論與建議。

第二章　DLM演算法

2.1　離散最佳化問題之數學模式

一個含不等式束制條件之結構離散最佳化設計問題，其數學模式可表示為：尋找一組設計變數$X = (x_1, x_2, ..., x_{n_m})$，使得：

$$\textbf{minimize} \quad \mathbf{f(X)} \tag{2–1a}$$

$$\textbf{subject to} \quad \mathbf{g_j(X) = \left| \frac{b_j}{(b_a)_j} \right| - 1 \le 0 \ , \ j = 1 \sim n_C} \tag{2–1b}$$

式中f(X)為目標函數，可為結構物總重(輕量化設計)或總造價(低價化設計)等，n_C為束制條件總數，n_m為設計變數之個數，$g_j(X)$束制函數，b_j為結構之反應，可為桿件應力、自由度之位移、自然振動頻率、...、等，$(b_a)_j$則為其限制值，例如：桿件之容許應力、自由度之容許位移、頻率之下限、...、等。$x_i \in D_i$為離散設計變數，D_i為離散設計變數x_i的集合。

2.2 DLM理論回顧

2.2.1 加權離散拉格朗日函數(Weighted Discrete Lagrangian Function, WDLF)

DLM乃承襲傳統Lagrange multiplier method 並加以修改來解離散變數最佳化問題的一個方法。與Lagrange multiplier method 類似，Wah與Shang首先定義一離散拉格朗日函數(discrete Lagrangian function, DLF) (Wah and Shang, 1996)，將目標函數與束制函數加權組合成為一無束制化問題。為了控制求解品質與收斂速度，Wu乃進一步建議將目標函數乘上一個權因子(Wu, 1998)，藉以平衡目標函數與束制函數之數值，使DLM的搜尋更為穩定、強健，此加權型式之拉格朗日函數可寫為：

$$\mathbf{L_d(X,\lambda) = wf(X) + \sum_{j=1}^{n_C} \lambda_j H(g_j(X))} \qquad \mathbf{(2\text{–}2)}$$

式中λ_j為對應於第j個束制條件的拉格朗日乘子(Lagrange multiplier)；w為目標函數之權因子，其大小需視目標函數而定；$H(g_j(X))$為一轉換函數(transfer function)，將在後面補充說明。

2.2.2 鄰點(Neighboring Points)

DLM主要是依據設計點X與其鄰點N(X)之WDLF值的比較來決定移動方向，本質上它是一種鄰點搜尋法。鄰點的定義可由使用者自行決定，但必須在有限次數內可以由X到達。

基本上，N(X) 涵蓋的範圍並無特別的限制，範圍大者固然搜尋次數可降低，但每次搜尋所需之結構分析次數亦相對增加。以圖2–1所示之二維問題為例，圖2–1(a)所示之鄰點數量為4個，但若取圖2–1(b)所示定義，則鄰點數量便增加至8個，圖2–1(c)鄰點也有8個，圖2–1(d)則大幅增加為24個。

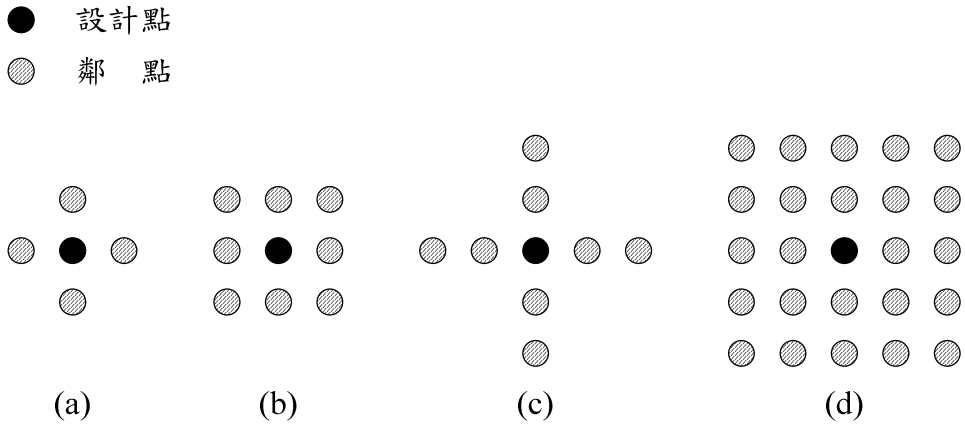


圖2–1　二維空間之鄰點

圖2–1(a)和2–1(c)所定義之鄰點可以視為同一類型，因所有的鄰點與設計點X之差異只是某一個設計變數被改變而已，若以數學式子來表示，即為：

$$\mathbf{N(X)} = \bigcup_{i=1}^{n_m} \mathbf{N(x_i)} \qquad \textbf{(2–3a)}$$

$$\mathbf{N(x_i)} = \bigcup_{k=1}^{b} \{\mathbf{X} + [0,0,...,\pm(\Delta x_i)_k,0,...,0]^T\} \qquad \textbf{(2–3b)}$$

式中$\pm(\triangle x_i)_k$分別表示設計變數x_i與其上、下相鄰第k個點的間距，其值按實際離散變數數值計算，故$|+(\triangle x_i)_k|$和$|-(\triangle x_i)_k|$可以不同。b則為定義鄰點最大範圍的參數，例如圖2–1(a)之b=1，圖2–1(c)之b=2。

根據式(2–3)，若設計變數有n_m個，鄰點的最大範圍為b，則鄰點數為$2n_mb$個。另外，圖2–1(b)和2–1(d)所示之鄰點為包圍X之所有鄰點，故可以視為同一類型，其鄰點數為$(2b+1)^{n_m}-1$個。顯然，當b相同時，此種包圍式定義法，會較式(2–3)所定義之鄰點數高出許多；設計變數越多，其鄰點數量的差異也越大。由於搜尋過程中，每一鄰點都必須經過結構分析，這也是整個最佳化設計過程最為耗時的一部份，相較之下，顯然式(2–3)之鄰點定義會較節省計算時間，然而對於求解品質影響並不大(Juang, et al., 2003)。

式(2–3)中定義鄰點範圍之參數b毋需太大，只要視所處理之問題的需要來定義即可，一般可使用1或2即可獲得不錯的結果，但亦有例外的情形。例如：在AISC設計手冊中，各種不同型鋼之截面特性並無特定之關係，截面積大的斷面，其面積二次矩並不一定比截面積小的斷面大，故在設計受壓構材或同時受軸壓與彎矩作用之梁柱構材時，截面積大的斷面其標稱設計強度(nominal design strength)或容許應力不見得會較高。此時b必須採用較大數值，來防止DLM

的搜尋陷入較差的局部解，或在兩個鄰點之間來回移動，無法收斂(Juang, et al., 2003)。

2.2.3 離散梯度(Discrete Gradient, DG)

在處理離散問題時，無法求得L_d的梯度向量，但可依據原本於連續空間尋找使函數值降低最快之方向的觀念，定義使L_d值下降最快之可能方向為DG。即在固定λ的情況下，對設計點X與其鄰點而言，若Y為X和N(X)中具有最小L_d值的一個點，則使函數值降低最快的可能方向為由X點到Y點的向量，即

$$\Delta_x \mathbf{L_d(X,\lambda) = Y - X = [y_1 - x_1, y_2 - x_2, ..., y_{n_C} - x_{n_C}]^T} \qquad \textbf{(2–4)}$$

稱為DG，其意義可參考圖2–2。

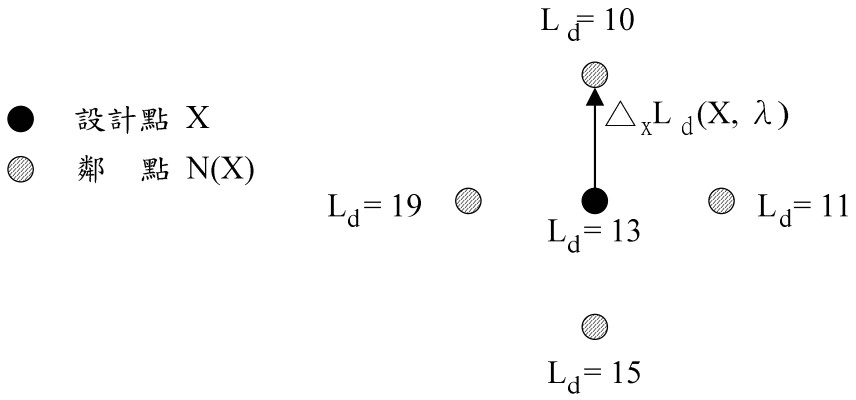


圖2–2　離散梯度

2.2.4 離散鞍點(Discrete Saddle Point, DSP)

DSP是DLM求解的核心觀念，根據DSP的定義不僅可推導出離散最佳解的一階充要條件，並能發展出有效的迭代公式，以找出滿足束制條件之局部最佳解(constrained local minimum, CLM)。

DSP的定義與連續空間之鞍點(Saddle Point)定義類似，亦即：在離散空間中，若N(X*)代表設計點X*之鄰點，則對於所有的$X \in N(X^*)$和所有接近λ^*之可能的λ而言，當(X^*,λ^*)滿足

$$\mathbf{L_d(X^*,\lambda) \le L_d(X^*,\lambda^*) \le L_d(X,\lambda^*)} \qquad \mathbf{(2–5)}$$

則稱 (X^*, λ^*) 為一DSP。

因$\lambda \ge 0$，故式(2–5)中的第一個關係式$L_d(X^*,\lambda) \le L_d(X^*,\lambda^*)$只有在$H(g_j(X^*)=0$時才成立，亦即$X^*$必須為可行解，同時$(X^*,\lambda^*)$為$\lambda$空間中使$L_d(X^*,\lambda)$最大化之點。對所有$X \in N(X^*)$而言，第二個關係式亦在$\triangle_X L_d(X^*,\lambda^*)=0$的情況下才成立，故$(X^*,\lambda^*)$必為X空間中之相對極小值。

2.2.5 轉換函數

依傳統Lagrange multiplier method處理不等式束制函數的方式，式(2–2)中之轉換函數H是將不等式束制式$g_j(X) \le 0$加入一鬆弛變數(slack variable) s_j，轉換為等式束制式$g_j(X)+s_j^2=0$ (Arora, 1989)。但在

離散問題中，對X和所有N(X)而言，$g_j(X)+s_j^2$可能出現正值或負值，導致CLM不一定為DSP(Wu, 1998; 莊德興、吳朗益，2003)。因DLM的搜尋公式是建立在找尋DSP的基礎上，若以傳統方式來處理不等式限制式，將可能使一些CLM會被遺漏。

根據Wu之導證，若$H(g_j(X))$為非負值函數時，則所有的CLM亦必為DSP(Wu, 1998)。故處理離散變數問題時，可將$H(g_j(X))$定義為：

$$\mathbf{H(g_j(X)) = max(0, g_j(X))} \quad , \quad \mathbf{j = 1 \sim n_C} \qquad \mathbf{(2\text{–}6)}$$

2.2.6 收斂準則與一階搜尋公式

依據式(2–5)可知，DSP即為：在設計變數X的空間中使L_d最小化、在λ空間中使L_d最大化的點。故若(X*,λ*)為一DSP，則下列二式必須成立：

$$\mathbf{\Delta_x L_d(X^*, \lambda^*) = 0} \qquad \mathbf{(2\text{–}7a)}$$

$$\mathbf{\nabla_{\lambda_j} L_d(X^*, \lambda^*) = H(g_j(X^*)) = 0} \quad , \quad \mathbf{j = 1 \sim n_C} \qquad \mathbf{(2\text{–}7b)}$$

由DG的定義可知；滿足式(2–7a)之點，其L_d值即為局部空間最低者，而當式(2–7b)也滿足時，則此點必定是一可行解，故必為一CLM。反之，亦可證明一個CLM必定滿足式(2–7a)和(2–7b)，也必定為一DSP(Wah and Shang, 1996)。上述充要性比傳統拉格朗日法的Kuhn–Tucker necessary conditions更為完備。

尋找符合式(2–7a)和式(2–7b)之點，相當於尋找一個DSP，也相當於找一個CLM，利用此觀念即可建立下列一階搜尋公式(Wah and Shang, 1996; Wu, 1998)：

$$\mathbf{X}^{(k+1)} = \mathbf{X}^{(k)} + \Delta_x \mathbf{L_d}(\mathbf{X}^{(k)}, \lambda^{(k)}) \qquad \textbf{(2–8a)}$$

$$\lambda_j^{(k+1)} = \lambda_j^{(k)} + \theta \frac{\mathbf{H}(\mathbf{g_j}(\mathbf{X}^{(k)}))}{\mathbf{max}_{j=1}^{n_C} \mathbf{g_j}(\mathbf{X}^{(k)})}, \textbf{ for } \mathbf{g_j}(\mathbf{X}^{(k)}) > \mathbf{0} \qquad \textbf{(2–8b)}$$

式中k為迭代次數，q為一正實數，用來控制λ的更新速度，式(2–8b)分母部份相當於將束制函數值予以正規化，以方便對q的選擇。

必須注意的是：因為λ是根據式(2–8b)以漸增方式來求得λ*，故要剛好找到一個λ*使滿足式(2–7b)的機會並不是很高；但是對一個離散問題而言，只要可以找到一個比λ*高、且接近λ*的值即可獲得DSP，這一點Wu曾經以一個 fixed point theorem加以證明(Wu, 1998)。因此，為了避免λ的移動速度太快而錯失DSP，建議θ不要取太大，大約在0.6~1之間選取即可(Juang, et al., 2003)。

如圖2–3所示，式(2–8a)使搜尋方向沿L_d值降低最快之方向移動，逐漸改變設計變數X使滿足式(2–7a)。若有部份束制函數 $g_j(X)$不滿足，則對應的λ_j將根據式(2–8b)逐步增加，以懲罰不滿足的束制函數，並逐漸強迫搜尋方向往可行區移動，以找到符合式(2–7b)之點。故當L_d不再下降且所有的束制函數皆滿足時，式(2–8a)和(2–8b)即收斂，此時的$X^{(k+1)}$即為一DSP，亦為一CLM。

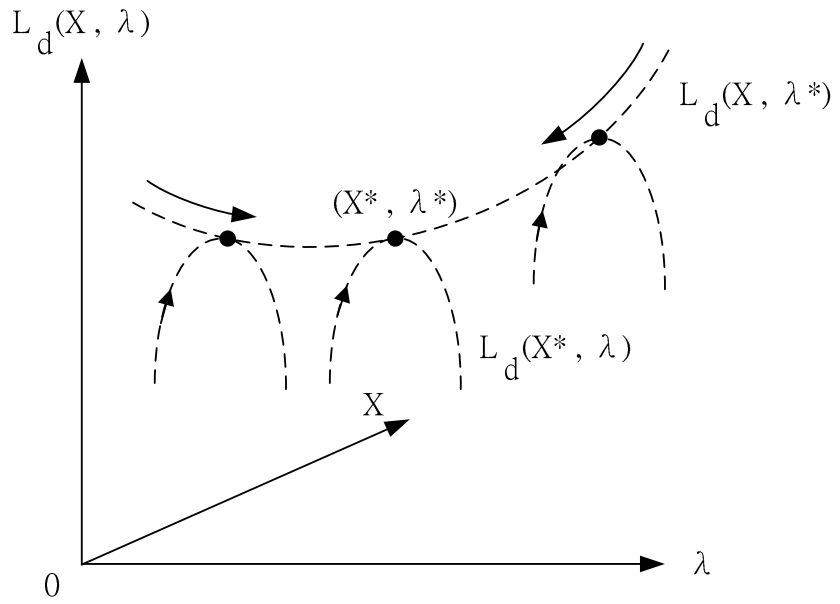


圖2–3　DLM搜尋示意圖

控制DLM搜尋效率另一個關鍵是在式(2–2)中f(X)與束制函數項 $\sum_{j=1}^{n_C} \lambda_j H(g_j(X))$ 的比重。若所有束制函數都滿足時，式(2–2)即為 $L_d(X,\lambda)=f(X)$，DLM將在設計變數的空間中，尋找使其目標函數f(X)下降最快的方向；反之，若某一g_j不滿足，則對應之λ_j將增加，以加重對該g_j之懲罰。直到目標函數的下降與λ逐漸增加達到某一平衡點時，搜尋才停止，此時之設計點即為CLM。

上述平衡性與束制函數及目標函數之相對數值大小有關，即由w與θ控制。根據過去的研究顯示：w越小或θ越大則搜尋速度越快，但太小的w或過大的θ卻也會使求解品質變差(Juang, et al., 2003)。此二參數的最佳組合必須視問題而定，一般要經過測試才能獲得較佳之數值。但對結構離散最佳化設計問題而言，要獲得最佳解，此二參數的範圍還相當廣。

為改善與控制解的品質和收斂性，Wu曾提出一種動態調整權因子(dynamic weighting)的方法，以機動調整對其問題最有利的權因子w(Wu, 1998)。但此法僅能適用於沿束制面(constraint surface)的搜尋，同時動態調整權因子必須在搜尋過程中追蹤收斂情形，藉以評估是否需要調整w，如此勢必耗費計算資源，故本文並未採用態調整策略，而是在搜尋過程將w固定，簡稱為靜態權因子策略(Juang, et al., 2003)。

另外，Wah and Shang(1996)亦曾針對satisfiability (SAT)問題建議不需經常更新λ值，因在其求解的問題中，每次僅更新一個變數，L_d之改變不會很大。但結構設計問題中，變數之改變可能對L_d之影響較大，其影響程度視離散設計變數資料庫中相鄰變數之間距大小而定，亦受到是否考慮多根構材被強制採用同一斷面(member linking)之影響。另一方面，若考慮桿件挫屈應力(buckling stress)束制條件，則受壓構材斷面的變更亦會使其應力束制值改變，相對地對L_d值的影響亦較大，若採Wah and Shang之建議，則可能導致收斂不穩定或較慢之情況，故本文依據Juang之建議，在更新X之後，即刻更新λ值(Juang, et al., 2003)，即將式(2–8b)修改為：

$$\lambda_j^{(k+1)} = \lambda_j^{(k)} + \theta \frac{H(g_j(X^{(k+1)}))}{\max_{j=1}^{n_C} g_j(X^{(k+1)})}, \text{ for } g_j(X^{(k+1)}) > 0 \qquad (2\text{–}9)$$

2.2.7 DLM搜尋程序

DLM的演算流程如圖2–4所示，其輸入資料包括：初始設計變數，鄰點N(X)的定義、初始λ、w、θ和結構系統分析的相關資料。

根據圖2–4，當設計點X之L_d值較N(X)的L_d值為低，且X可以滿足所有束制條件，則此設計點即為一個DSP，亦即為一CLM，此時便停止搜尋。此收斂準則僅能確保所得之解符合式(2–7a)與式(2–7b)，即此解為一CLM，但是經吳泳達(2003)測試許多設計例發現，在多數情況下若適當地選擇w與θ，此設計程序往往可以獲得品質不錯的解。

值得注意的是：λ的初始值亦會影響收斂速度與解的品質。雖然較高的初始λ可使收斂次數有效地降低，但過高又可能導致發散或找到品質較差之解，並使w及q可選擇之範圍縮小(Juang, et al., 2003)。由於搜尋公式(2–8a)和(2–8b)的推導是假設初始λ為零，故建議初始λ設為零即可。

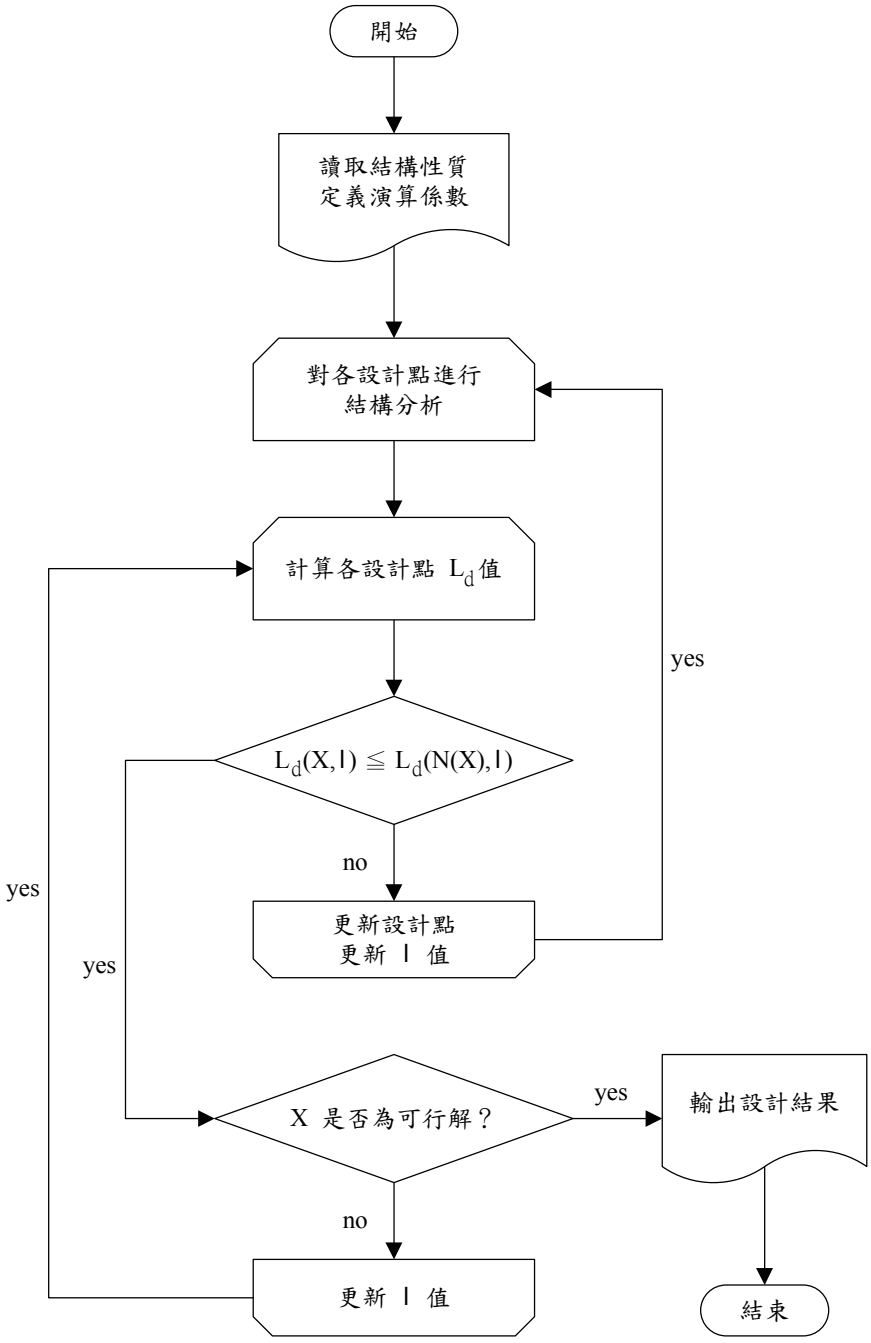

開始
讀取結構性質
定義演算係數
對各設計點進行
結構分析
計算各設計點 L_d 值
$L_d(X,l) \leqq L_d(N(X),l)$
yes
no
更新設計點
更新 l 值
yes
yes
X 是否為可行解？
yes
輸出設計結果
no
更新 l 值
結束

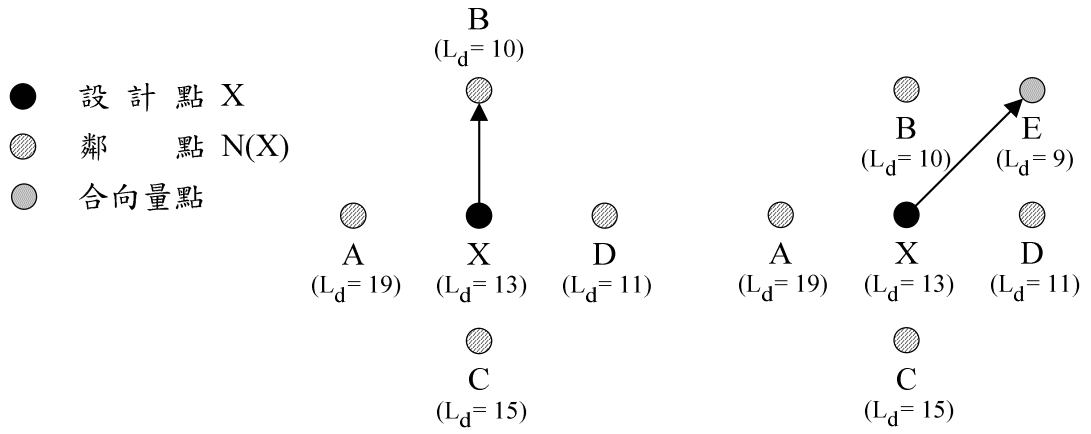
圖2–4　DLM演算流程

2.3 合向量移動策略

根據式(2–3)之鄰點的定義和圖2–4的DLM搜尋程序，則DLM每次搜尋僅能改變一個變數，因每次的搜尋必須對新的鄰點重新分析，計算過於耗時，對於大型結構，其設計變數較多的情況下，影響相當可觀。但是$L_d(X,\lambda)$和$L_d(N(X),\lambda)$基本上類似靈敏度分析(sensitivity analysis)的結果，可供判斷變更那些設計變數對目標函數的降低和束制函數的改善有利之資訊。因此，根據吳泳達(2003)之建議，若在鄰點N(X)中有數個$L_d(N(X),\lambda)$較$L_d(X)$低時，可考慮同時改變多個變數，此將有助於搜尋速度的改善。

以圖2–5為例，N(X)共有A、B、C、D四點，其中又以B點之L_d值最低，若不使用合向量，設計點應當由X向B移動(圖2–5(a))；但使用合向量策略時，鄰點中之B、D兩點均可使L_d值下降，此時便可考慮兩設計變數同時改變之合向量(X到E點)，若經分析後發現E點的L_d值又較B、D為低，則可直接由設計點X移向E(圖2–5(b))。

由於吳泳達(2003)在考慮合向移動技巧時，將各種可能移動之合向量都加以考慮，例如：若有四個鄰點之L_d值比X低，則檢核同時改變四、三和二個最有利於降低L_d值的鄰點，再選取其中具備最小之L_d值者為最新的設計點。雖然此項作法已可提昇搜尋速度，但也較為保守，因為在判斷移動方向時，各種可能較佳的組合方式均必須重新分析，將使得計算量的節省受到抑制。這項缺失可以用下列問題來說明。



(a) 不使用合向量　　(b) 使用合向量

圖2–5　合向量之概念

假設獨立設計變數有四個X=(x_1,x_2,x_3,x_4)，目標函數與束制函數分別為：

$$\mathbf{f(X) = 2x_1^2 - 2x_2 - x_1x_3 + \sqrt{x_4}}$$

$$\mathbf{g(X) = -f(X) < 0}$$

$$\mathbf{x_i \in D = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \ , for \ \ i = 1 \sim 4}$$

依WDLF之定義，若選用參數w=1以及λ_j=10 (j=1~4)時，則

$$\mathbf{L_d = wf(X) + \lambda \max\{0, g(X)\} = f(X) + 10 \max\{0, -f(X)\}}$$

亦即

$$\mathbf{L_d = f(X) \ \ , if \ \ f(X) \geq 0}$$

$$\mathbf{L_d = -9f(X) \ \ , if \ \ f(X) < 0}$$

如表2–1所示，當設計點X為$(x_1, x_2, x_3, x_4)=(5, 5, 5, 5)$時，依N(X)定義方式，鄰點中共有四點其$L_d(N(X),\lambda)$值較$L_d(X,\lambda)$低，此四個鄰點依其對$L_d$之改善程度由高至低排列分別為$NP_1$、$NP_6$、$NP_4$、$NP_7$，與X比較，這些鄰點分別為$x_1-\geq x_1$、$x_3+\geq x_3$、$x_2+\geq x_2$、$x_4-\geq x_4$。

表2–1　吳泳達(2003)合向量移動策略範例說明

點號			設計變數				f(X)	L_d
			x_1	x_2	x_3	x_4		
X		X	5	5	5	5	17.24	17.24
NP		NP_1	4	5	5	5	4.24	4.24
		NP_2	6	5	5	5	34.24	34.24
		NP_3	5	4	5	5	19.24	19.24
		NP_4	5	6	5	5	15.24	15.24
		NP_5	5	5	4	5	22.24	22.24
		NP_6	5	5	6	5	12.24	12.24
		NP_7	5	5	5	4	17.00	17.00
		NP_8	5	5	5	6	17.45	17.45
合向量點	$n_{CV}=2$	CVP_1	4	5	6	5	0.24	0.24
	$n_{CV}=3$	CVP_2	4	6	6	5	–1.76	15.88
	$n_{CV}=4$	CVP_3	4	6	6	4	–2.00	18.00

當考慮最多可改變變數$n_{cv}=2$時，則選擇改變x_1、x_3，故可得到$(x_1-\geq x_1\ ,\ x_2\ ,\ x_3+\geq x_3\ ,\ x_4)$之鄰點，其$L_d$值為0.24；若$n_{cv}=3$時，則需改變$x_1$、$x_2$、$x_3$三變數，合向量之$L_d$值為15.88；若$n_{cv}=4$時，則可同時改變$x_1$、$x_2$、$x_3$、$x_4$四變數，故可得到$(x_1-\geq x_1\ ,\ x_2+\geq x_2\ ,\ x_3+\geq x_3\ ,\ x_4)$之鄰點，其$L_d$值為18.00。也就是說WDLF除了受權因子w的影響之外，也和當時λ值有關，不見得改變的變數較多其L_d值一定會下降越多。本例題中因束制函數項$\lambda\max\{0,\ g(X)\}$之影響，故n_{cv}取較高並不一定對L_d值下降有幫助，反而$n_{cv}=2$時的L_d值是最低的，此時$n_{cv}=3$和4的分析便是多餘的。但是，每次搜尋若未測試各種可能n_{cv}下之L_d值，則又無法知道n_{cv}值應取多少最佳。

本文為顧及DLM之求解效率，故將針對合向量移動之策略作一調整。此合向量移動策略說明如下：

Step 1. 設定一個容許同時改變之變數數量的上限n_{cv} ($2 \leqq n_{cv} \leqq n_m$)；

Step 2. 由N(X)之L_d得知其中有n_L個變數個別改變均可使L_d值下降，則

(a) 若$n_{cv} \leqq n_L$：選取使L_d下降最多的n_{cv}個鄰點，根據這些鄰點的資訊決定n_{cv}個可同時變更之變數和其改變量，將原設計點X內相對應的n_{cv}個被選擇到的變數加以更換(此亦可視為包圍X的一個新鄰點)，並計算其L_d值。

(b) 若$n_{cv} > n_L$：同時改變此n_L個變數，計算合向量之L_d值。

Step 3. 將Step 2所得之新鄰點的L_d值與X和N(X)之L_d比較，若確實比較低，則此新的鄰點，即為下次搜尋的新設計點X；反之，若比N(X)中的$\min(L_d(N(X),\lambda)$高，則放棄合向量，朝改變一個設計變數的方向移動。

採用上述合向量之作法，雖然有可能遺漏較佳之合向量移動方向，但僅需對某一合向量點進行結構分析，對於整體計算量之降低有相當大的幫助。同時根據過去的研究顯示：對計算效率的改善最明顯的是同時改變兩個設計變數，n_{cv}越高，雖也會改善收斂速度，

但改善情形會越來越不明顯，過高的n_{cv}則更可能造成反效果(吳泳達，2003)。因此，建議可變之變數數量的上限n_{cv}不要取太多。

另外，對於變數較少的問題，除非初始設計點是在可行區、且距離束制面較遠的地方，否則合向量移動技巧對效能提昇有限，甚至可能造成結構分析次數較多的缺失。根據許多數值算例的測試，變數超過10個以上，再考慮取$n_{cv}>1$。獨立設計變數越多的問題則可以考慮採用較高之n_{cv}。但必須注意的問題是：如果n_{cv}較高，其目標函數的改變量也會相對較大，特別是初始設計點在不可行區內時，因λ為一漸增公式，且式(2–8b)已將束制函數正規化，故在搜尋初始階段，L_d內束制函數項的數值會較小，使得目標函數直接控制其移動方向；亦即，當初始設計點落在不可行區內，通常設計變數會朝增加的方向移動，若一次變更太多設計變數，加權目標函數wf(X)的增加遠高於正規化束制函數降低的量，反而使搜尋朝改變一個設計變數的方向移動，而無法達到提升搜尋效率的目的。同樣的問題也會出現在某些桿件必須採用同一斷面(member linking)的情況下，若採用同一斷面之桿件數量越多，則這個設計變數的改變對目標函數的影響也就會越大，此時採用太高之n_{cv}亦可能會出現反效果。為保守起見，建議n_{CV}不要超過3~4個較為合適，並將目標函數的權重(w)予以適度地降低、或增加θ來提昇搜尋速度。

適當地採用合向量技巧不僅可以提昇大型系統的解題速度，同時因搜尋範圍會擴大，對於多極值問題的求解品質也會有幫助。

2.4 合向量移動策略之數值算例

為了說明本文合向量移動技巧對計算效率的影響，分別以10桿平面桁架、25桿空間桁架和200桿平面桁架來說明。

2.4.1 10桿平面桁架

圖2–6所示之10桿平面桁架為傳統上經常用來測試演算法之標準算例，詳細設計資料請參閱表2–2及附錄C.1。

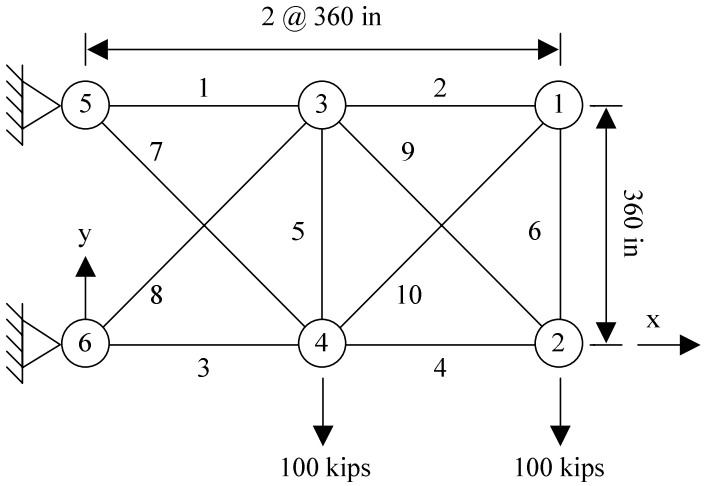


圖2–6 10桿平面桁架

表2–2 10桿平面桁架設計資料

材料性質		彈性模數E = 1.0×10^4 ksi (69033.11 MPa) 單位體積重量ρ = 0.1 lbs/in^3 (0.0272 N/cm^3)
束制條件	節點位移	節點2、4於y方向之容許位移為$\delta_{all}=\pm2$ in (±5.08 cm)
	構件應力	所有桿件之容許應力為$\sigma_{all}=\pm25$ ksi (±172.58 MPa)

正規化之位移和應力束制條件可分別寫為：

$$\left|\frac{\delta}{\delta_{all}}\right|-1\le 0 \qquad \textbf{(2–10a)}$$

$$\left|\frac{\sigma}{\sigma_{all}}\right|-1\le 0 \qquad \textbf{(2–10b)}$$

桿件的截面積必須由附錄C.1所列之42個截面積之離散集合選取。DLM使用表2–3之參數對此例進行設計，為測試其穩定性，分別以表2–3所示之兩組初始設計點開始搜尋，不同n_{cv}之設計結果的比較如表2–4及圖2–7~2–8所示，所有設計結果均可收斂至同一最佳解5490.74 lbs，其中n_{cv}=2較n_{cv}=1所需的迭代次數與結構分析次數大幅降低約10%，但n_{cv}>3時，雖然分析次數與迭代次數持續下降，則改善情況已明顯趨緩。本研究以FORTRAN–95語言所發展之程式，在配備P4–2GHz CPU、256MB DDR–SDRAM的PC上執行，n_{cv}=1和2所需CPU分別是0.109 sec 與 0.047 sec，大約節省一半的時間；反觀吳泳達(2003)之合向量策略(表2–5及圖2–9~2–10)，非但無法使結構分析次數持續降低，甚至有增加之可能，且每次迭代所能改變之變數組合較多，導致其解之穩定性亦較差。

表2–3　DLM對10桿平面桁架設計所用參數

演算法個別參數類別		策略及參數值
DLM	初始設計點	Set (1) 最小斷面1.62 in^2 Set (2) 最大斷面33.5 in^2
	B	1
	權因子w	0.1
	λ初始值	0
	λ速度更新因子θ	1.0
	合方向組數上限n_{CV}	1~6

表2–4　DLM使用本文合向量策略對10桿平面桁架之影響

起始點	n_{CV}	迭代次數	結構重 (lbs)	CPU時間 (秒)	結構分析次數
Set (1)	1	319	5490.74	0.109	6065
	2	170	5490.74	0.047	3251
	3	142	5490.74	0.078	2696
	4	133	5490.74	0.062	2521
	5	132	5490.74	0.094	2482
	6	127	5490.74	0.062	2370
Set (2)	1	463	5490.74	0.562	8963
	2	344	5490.74	0.266	6835
	3	317	5490.74	0.297	6229
	4	302	5490.74	0.203	5861
	5	292	5490.74	0.312	5641
	6	292	5490.74	0.297	5601

表2–5　DLM使用吳泳達(2003)合向量策略對10桿平面桁架影響

起始點	n_{CV}	迭代次數	結構重 (lbs)	CPU時間 (秒)	結構分析次數
Set (1)	1	319	5490.74	0.109	6065
	2	170	5490.74	0.078	3420
	3	319	5490.74	0.156	7019
	4	134	5490.74	0.078	2940
	5	319	5490.74	0.141	7655
	6	127	5490.74	0.062	3000
Set (2)	1	463	5490.74	0.562	8963
	2	344	5490.74	0.391	7178
	3	318	5490.74	0.375	6886
	4	303	5490.74	0.297	6785
	5	294	5490.74	0.250	6848
	6	291	5490.74	0.312	7030

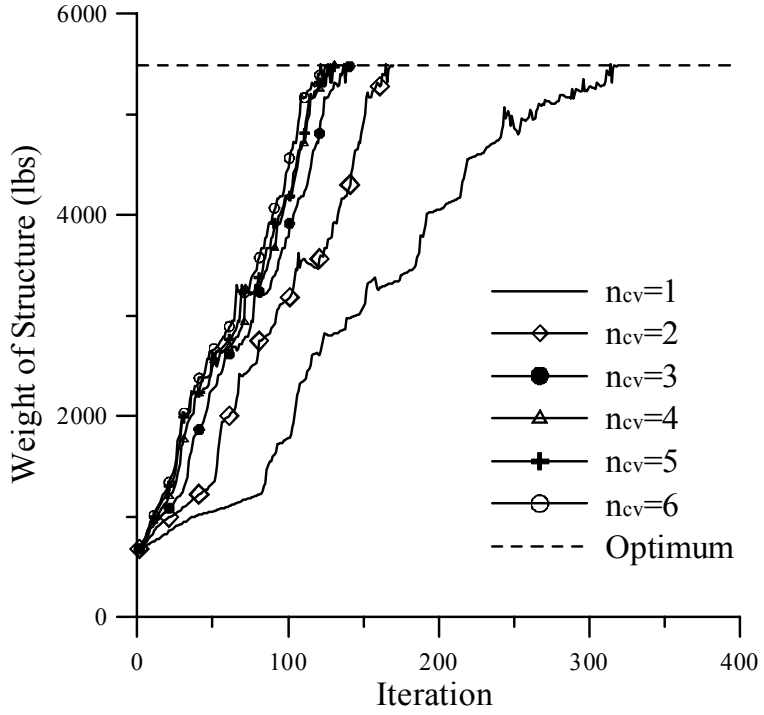


圖2–7　DLM使用本文合向量策略對10桿平面桁架之影響(Set 1)

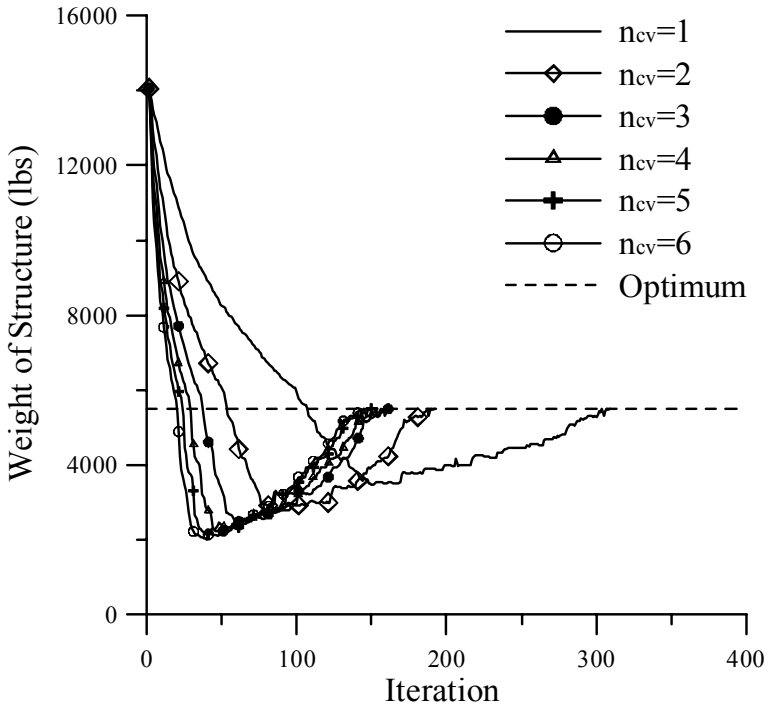


圖2–8　DLM使用本文合向量策略對10桿平面桁架之影響(Set 2)

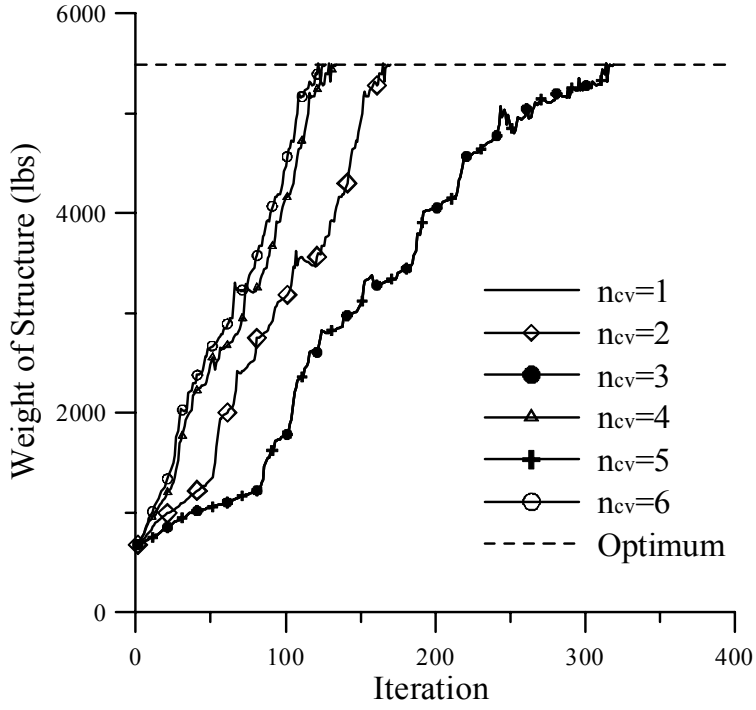


圖2–9　DLM使用吳泳達(2003)合向量策略
對10桿平面桁架之影響(Set 1)

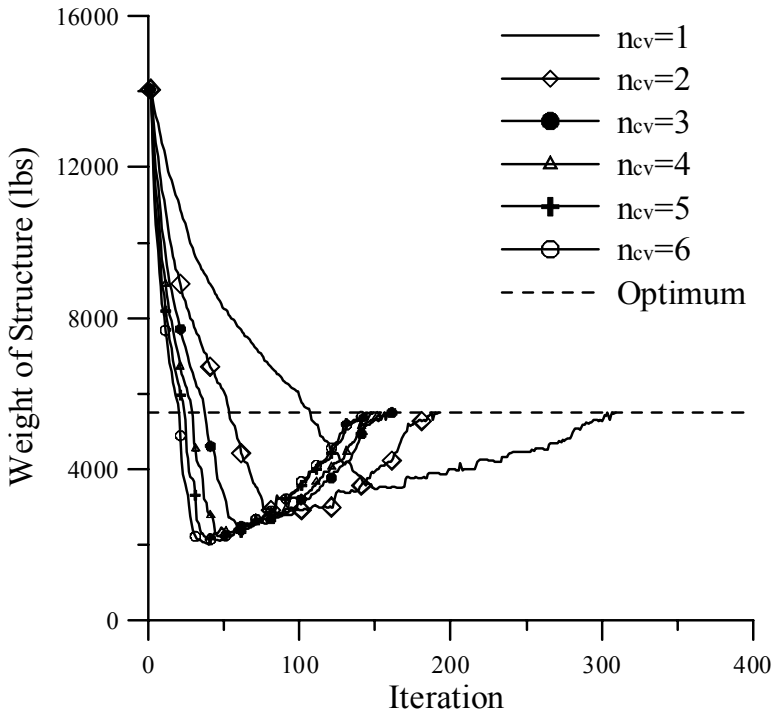


圖2–10　DLM使用吳泳達(2003)合向量策略
對10桿平面桁架之影響(Set 2)

DLM的設計結果、及與文獻之比較如表2–6~2–7所示，DLM可得較文獻低的總重，顯示DLM的求解品質相當好，且穩定性相當佳，對於中、小型結構而言，具備相當強健的搜尋能力。詳細的設計結果請參閱附錄C.2。值得注意的是：Galante的結果雖然重量較低，但並非可行解，雖然在實務這是可被接受的，但因DLM設計時束制條件必須全部滿足，故較嚴苛之收斂條件所得之解自然較高。

表2–6中所示之δ_4代表第四個自由度方向上之節點位移，σ_5代表第五根構件中之最大應力，$g_{\delta 4}$代表第四個自由度方向上之節點位移之束制函數值，本文之後的符號標示均遵循此一原則。

表2–6　10桿平面桁架以DLM設計結果

最佳設計結構重(lbs)	5490.74
$(g_j)_{max}$	$g_{\delta 4} = -5.2875\times10^{-4}$
最大位移	$\delta_4 = -1.999$ in
最大應力	$\sigma_5 = 14.197$ ksi

表2–7　10桿平面桁架以DLM設計結果與文獻之比較

演算法	結構重		$\max\{g_j\}$
	lbs	N	
Rajeev and Krishnamoorthy (1992)	5613.58	25001	3.7611×10^{-4}
Cai and Thiereut (1993)	5491.72	24459	-9.4247×10^{-4}
Coello, et al. (1994)	5586.59	24881	Not available
Galante (1996)	5458.34	24310	6.1339×10^{-3}
Camp, et al. (1998)	5556.90	24749	Not available
Ponterosso and Fox (1999)	5528.09	24621	Not available
Nanakorn and Meesomklin (2001)	5499.35	24493	-2.0882×10^{-3}
Tong and Liu (2001)	5491.72	24459	-9.4247×10^{-4}
DLM	5490.74	24454	-5.2875×10^{-4}

2.4.2　25桿空間桁架

圖2–11所示之25桿空間桁架亦為常見之標準算例，其詳細設計資料請參閱表2–8及附錄A.1。

表2–8　25桿空間桁架設計資料

材料性質		彈性模數E = 1.0×10^4 ksi (69033.11 MPa) 單位體積重量ρ = 0.1 lbs/in^3 (0.0272 N/cm^3)
束制條件	節點位移	節點1、2於x、y方向之容許位移為$\delta_{all}=\pm0.35$ in (±0.889 cm)
	構件應力	所有桿件之容許應力為$\sigma_a=\pm40$ ksi (±276.13 MPa)

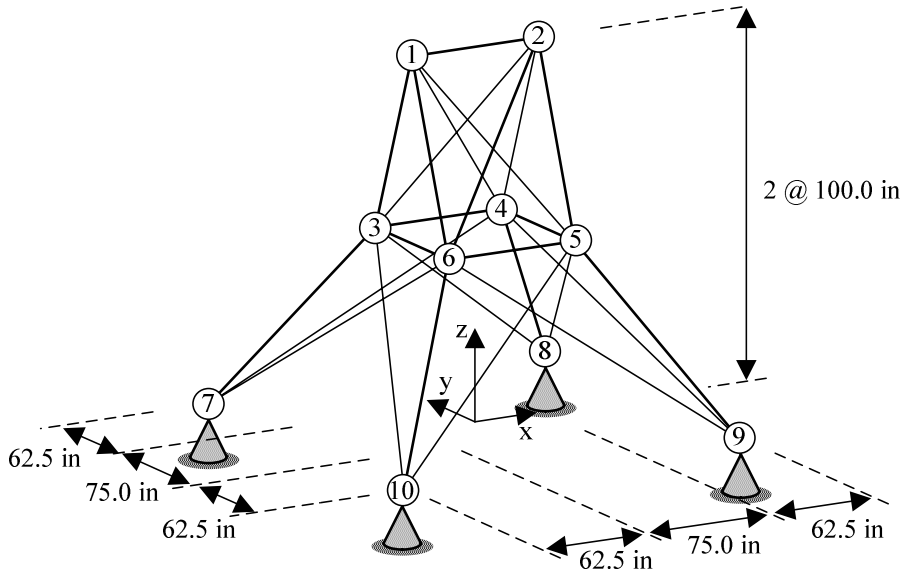


圖2–11　25桿空間桁架

桿件的截面積必須由附錄A.1所列之30個截面積之離散集合選取。使用DLM設計時所使用之參數如表2–9所示：

表2–9　DLM對25桿空間桁架設計所用參數

演算法個別參數類別		策略及參數值
DLM	初始設計點	最小斷面0.1 in^2
	b	1
	權因子w	0.5、1.0、10.0
	λ初始值	0
	λ速度更新因子θ	1.0
	合方向組數上限n_{CV}	1~6

不同n_{cv}之設計結果的比較如表2–10~2–12及圖2–12~2–14所示，所有設計結果均可收斂至同一最佳解486.80 lbs；當w=0.5時，迭代及結構分析次數約可降低30%；而n_{cv}=3時則改善情況明顯趨緩，n_{CV}＞3時則無法再改善；吳泳達(2003)之合向量策略雖亦可使結構分析次數降低，但卻較為不明顯，且n_{cv}值較高時時更會使分析次數增加(表2–13~2–15及圖2–15~2–17)。另一點可看出的是：當w值較大時，n_{CV}對運算量之降低則不那麼明顯，可見n_{CV}之選取與權因子w之值亦相關。本例題因考慮桿件對稱配置，其獨立設計變數僅有8個，此時採用合向量移動技巧時，n_{CV}較大就不見得會有利。

表2–10　DLM使用本文合向量策略對25桿空間桁架之影響(w=0.5)

n_{CV}	迭代次數	結構重(lbs)	CPU時間(秒)	結構分析次數
1	120	486.80	0.688	1615
2	85	486.80	0.688	1162
3	84	486.80	0.594	1154
4	84	486.80	0.562	1157
5	84	486.80	0.641	1159
6	84	486.80	0.797	1159

表2–11　DLM使用本文合向量策略對25桿空間桁架之影響(w=1)

n_{CV}	迭代次數	結構重(lbs)	CPU時間(秒)	結構分析次數
1	110	486.80	1.125	1384
2	95	486.80	1.188	1294
3	94	486.80	1.203	1280
4	94	486.80	1.219	1280
5	94	486.80	1.297	1280
6	94	486.80	1.234	1280

表2–12　DLM使用本文合向量策略對25桿空間桁架之影響(w=10)

n_{CV}	迭代次數	結構重(lbs)	CPU時間(秒)	結構分析次數
1	110	486.80	11.062	1385
2	107	486.80	11.344	1452
3	107	486.80	10.922	1452
4	107	486.80	11.578	1452
5	107	486.80	11.031	1452
6	107	486.80	10.906	1452

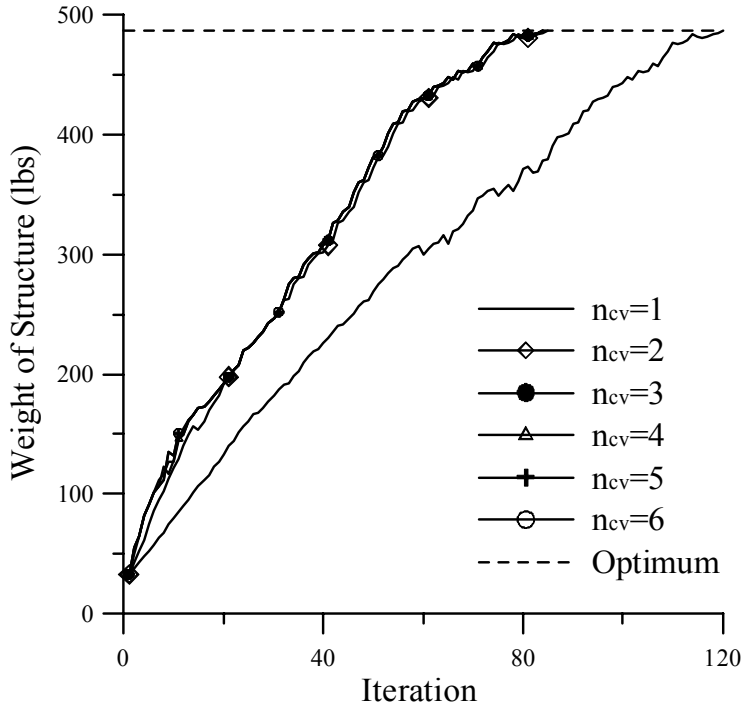


圖2–12　DLM使用本文合向量策略對25桿空間桁架之影響(w=0.5)

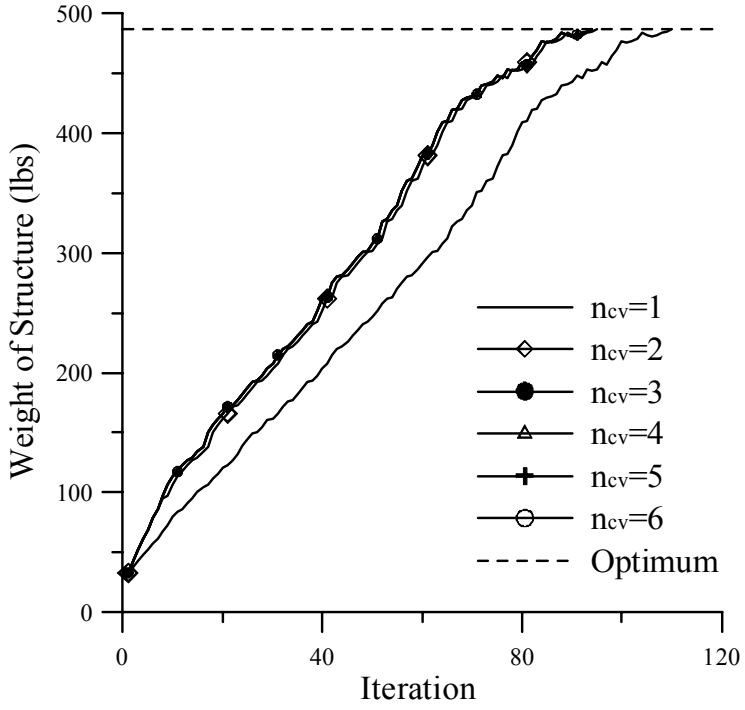


圖2–13　DLM使用本文合向量策略對25桿空間桁架之影響(w=1)

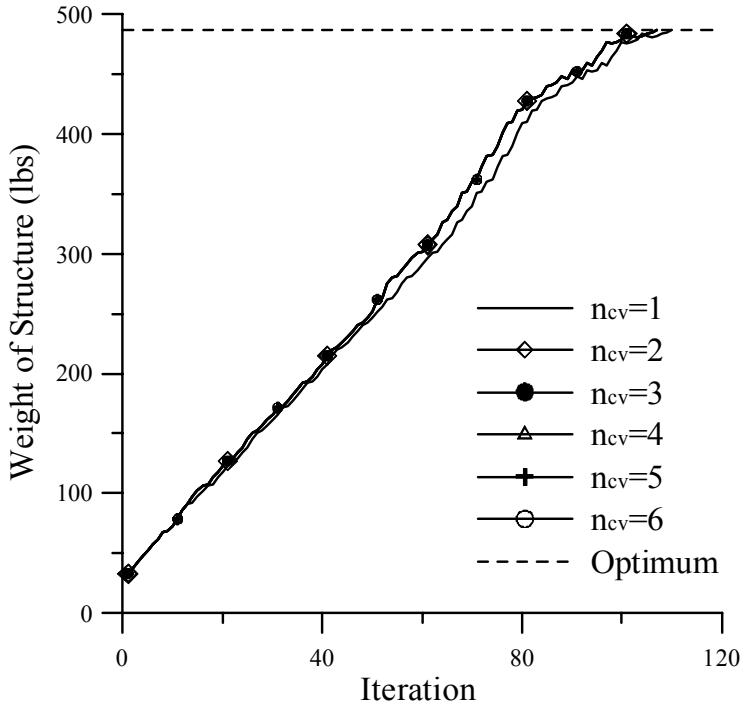


圖2–14　DLM使用本文合向量策略對25桿空間桁架之影響(w=10)

表2–13　DLM使用吳泳達(2003)合向量策略
對25桿空間桁架之影響(w=0.5)

n_{CV}	迭代次數	結構重(lbs)	CPU時間(秒)	結構分析次數
1	120	486.80	0.688	1615
2	85	486.80	0.641	1246
3	84	486.80	0.641	1312
4	84	486.80	0.688	1397
5	84	486.80	0.656	1480
6	84	486.80	0.672	1563

表2–14　DLM使用吳泳達(2003)合向量策略
對25桿空間桁架之影響(w=1)

n_{CV}	迭代次數	結構重(lbs)	CPU時間(秒)	結構分析次數
1	110	486.80	1.125	1384
2	95	486.80	1.125	1388
3	94	486.80	1.234	1466
4	94	486.80	1.219	1559
5	94	486.80	1.402	1652
6	94	486.80	1.312	1745

表2–15　DLM使用吳泳達(2003)合向量策略
對25桿空間桁架之影響(w=10)

n_{CV}	迭代次數	結構重(lbs)	CPU時間(秒)	結構分析次數
1	110	486.80	11.062	1385
2	107	486.80	11.266	1558
3	107	486.80	11.281	1664
4	107	486.80	11.281	1770
5	107	486.80	11.266	1876
6	107	486.80	11.250	1982

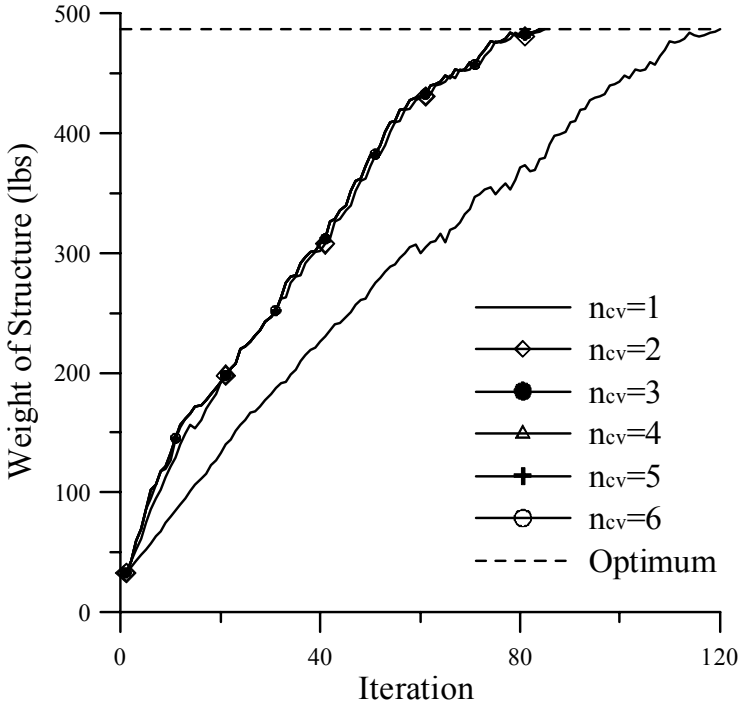


圖2–15　DLM使用吳泳達(2003)合向量策略對25桿空間桁架之影響(w=0.5)

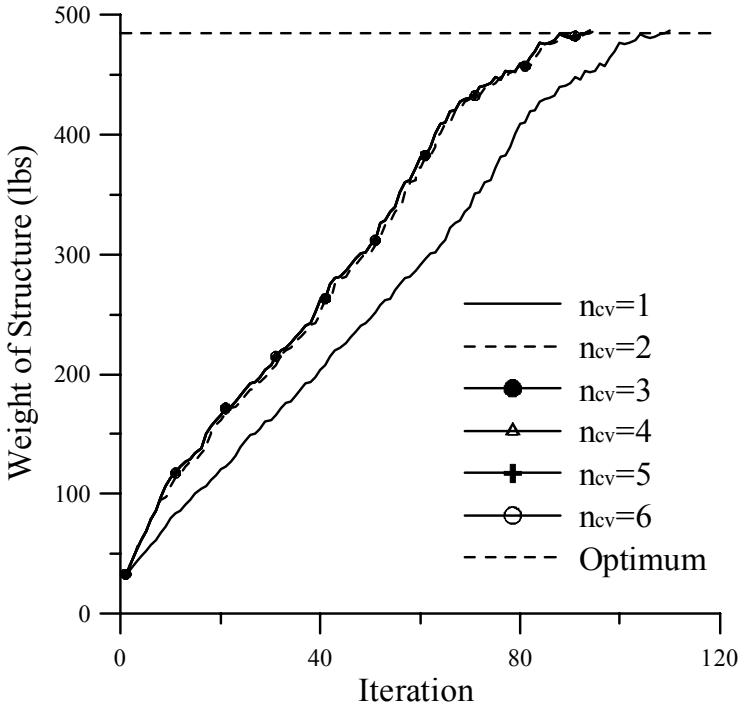


圖2–16　DLM使用吳泳達(2003)合向量策略對25桿空間桁架之影響(w=1)

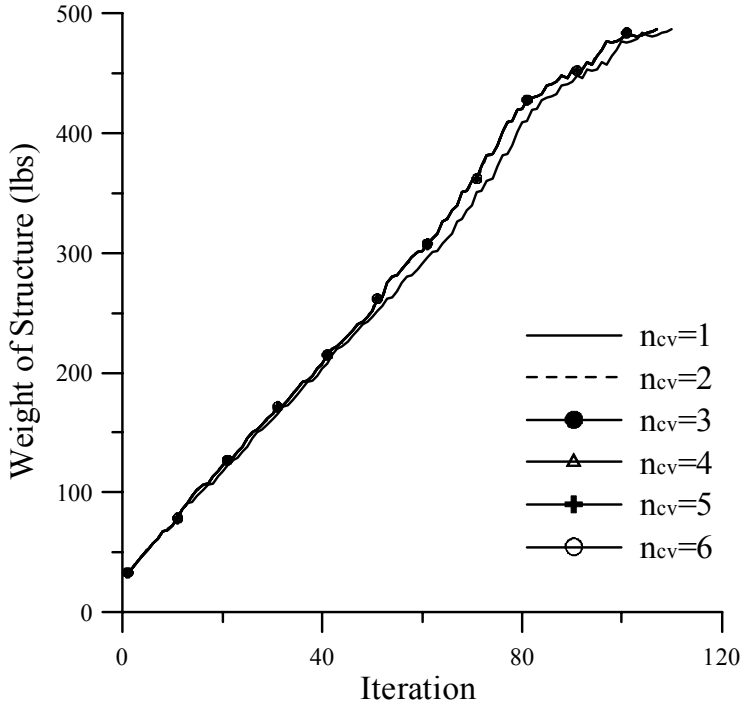


圖2–17　DLM使用吳泳達(2003)合向量策略
對25桿空間桁架之影響(w=10)

DLM的設計結果、及與文獻之比較如表2–16~2–17所示，DLM可得較文獻低的總重，顯示DLM的求解品質相當好，且穩定性相當佳，對於中、小型結構而言，再度證明其具備相當強健的搜尋能力。詳細的設計結果請參閱附錄A.2。

表2–16　25桿平面桁架以DLM設計結果

最佳設計結構重(lbs)	486.80
$(g_j)_{max}$	$g_{\delta 2} = -1.3477\times10^{-3}$
最大位移	$\delta_4 = -0.350$ in
最大應力	$\sigma_{24} = -6.303$ ksi

表2–17　25桿空間桁架以DLM設計結果與文獻之比較

演算法	結構重		Max{g_j}
	lbs	N	
Duan (1986)	562.93	2507.14	Not available
Rajeev and Krishnamoorthy (1992)	546.01	2431.80	-5.2647×10^{-3}
Cai and Thiereut (1993)	487.41	2170.78	-2.3663×10^{-3}
Wu and Chow (1995a)	491.72	2189.98	-1.1178×10^{-3}
Wu and Chow (1995b)	491.72	2189.98	-1.1178×10^{-3}
Ponterosso and Fox (1999)	490.87	2186.21	Not available
Erbatur, et al. (2000)	493.80	2199.26	-1.7873×10^{-4}
DLM	486.80	2161.41	-1.3477×10^{-3}

2.4.3　200桿平面桁架(I)

圖2–18之200桿平面桁架(I)的詳細設計資料請參照表2–18及附錄I.1，本例共考慮三種不同之載重條件，設計結果必須同時滿足應力束制與位移束制條件，其中桿件可選擇之截面積共有30個。設計時考慮結構的對稱性，故將結構桿件對稱配置分成96組斷面來設計，此設計例的設計空間共包含30^{96}個離散設計點，是一個較大型的設計例。

桿件的截面積必須由附錄I.1中所列30個截面積之離散集合選取。使用DLM設計時所使用之參數如表2–19所示：

表2–18　200桿平面桁架(I)設計資料

材料性質		彈性模數E = 3.0×10^4 ksi (207099.32 MPa) 單位體積重量ρ = 0.283 lb/in^3 (0.077 N/cm^3)
束制條件	節點位移	所有節點於各方向之容許位移為$\delta_{all}=\pm0.5$ in (±1.27 cm)
	構件應力	所有桿件之容許應力為$\sigma_a=\pm30$ ksi (±207.10 MPa)

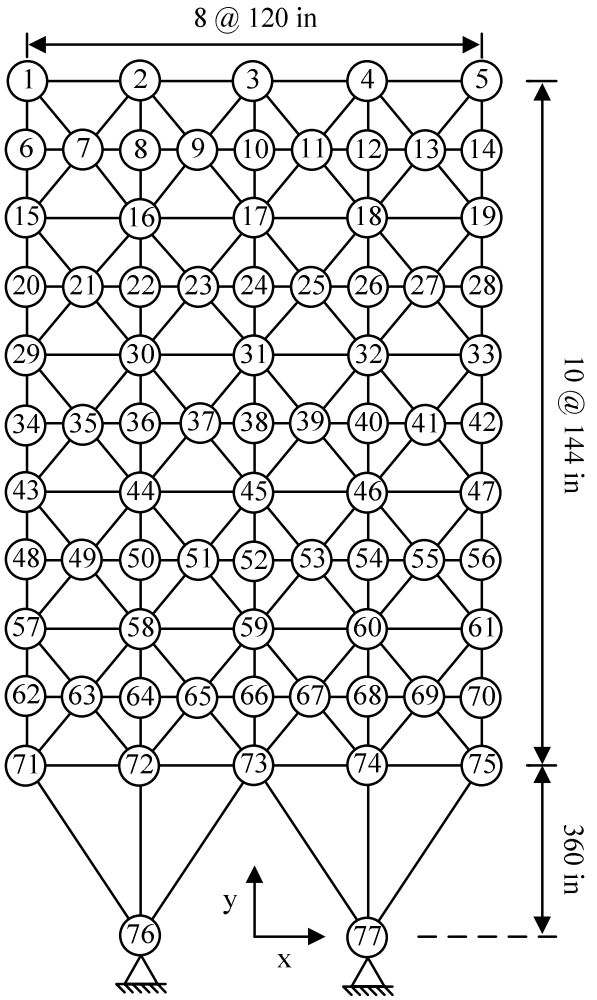


圖2–18　200桿平面桁架(I)

表2–19　DLM對200桿平面桁架(I)設計所用參數

演算法個別參數類別		策略及參數值
DLM	初始設計點	最小斷面0.1 in^2
	b	1
	權因子w	0.1
	λ初始值	0
	λ速度更新因子θ	1.0
	合方向組數上限n_{CV}	1、2、4、8

使用合向量設計結果如表2–20所示。當n_{cv}=1時，所需結構分析次數高達39萬次(CPU time=231.81 min.)；當n_{cv}=2時，分析次數大幅降低為14萬次(CPU time=97.76 min.)；n_{cv}=4時更降低至9萬多次(CPU time=55.32 min.)，同時最佳設計結果亦由28911.92 lbs降為27712.53 lbs(約降低4%的重量)；n_{cv}=8時更降低至6萬多次(CPU time=37.80 min.)，但最佳設計結果反而會升至28119.66 lbs；此顯示適當地採用合向量技巧，不僅可大幅改善搜尋效率，亦可有效地提昇大型結構的求解品質；但過高的n_{CV}，則可能使解的品質變差。

表2–20 DLM使用本文合向量策略對200桿平面桁架之影響

n_{CV}	迭代次數	結構重(lbs)	CPU時間(分)	結構分析次數
1	2344	28911.92	231.81	396419
2	866	27997.12	97.76	141870
4	573	27712.53	55.32	92173
8	389	28119.66	37.80	64214

200桿桁架曾經有多篇文獻分別以連續變數和離散變數求解(Arora and Govil, 1977; Cai and Thierauf, 1994; Ponterosso and Fox, 1999; Jivotovski, 2000)，DLM設計結果、及與文獻之比較如表2–21~2–22、圖2–19及附錄I.2所示，四種不同n_{cv}值的設定下，DLM所求得的最低重量均較文獻所得之結果低。值得注意的是：Arora and Govil(1977)係假設斷面積為連續變數，設計變數的下限同樣是0.1 in^2，但沒有設定上限，所獲得之28963 lbs的最佳解，卻依然較DLM求得之離散最佳解高。Cai and Thierauf則以平行演化法(parallel evolution method)獲得29737 lbs的重量，Ponterosso and Fox(1999)亦曾經以GA來求此桁架的最佳解，每代取40個個體，在經過9000代的搜尋之後，也僅找到35394 lbs的解；Jivotovski則是以一種啟發式搜尋法，經過七萬次的分析才獲得29168 lbs的重量。

表2–21　200桿平面桁架以DLM設計結果

最佳設計結構重(lbs)	27712.53
$(g_j)_{max}$	載重2：$g_{\delta 20} = -1.5575\times10^{-4}$ 載重3：$g_{\delta 56} = -1.5575\times10^{-4}$
最大位移	載重2：$\delta_{20} = -0.500$ in 載重3：$\delta_{56} = -0.500$ in
最大應力	載重2：$\sigma_{184} = -18.786$ ksi

表2–22　200桿平面桁架以DLM設計結果與文獻之比較

演算法	結構重		max{g_j}	備註
	lbs	N		
Arora and Govil (1977)	28963	128994	Not available	連續解
Cai and Thierauf (1994)	29737	132441	Not available	離散解
Ponterosso and Fox (1999)	35394	157636	Not available	離散解
Jivotovski (2000)	29168	129908	2.3161×10^{-2}	離散解
DLM	27113	120752	-1.5575×10^{-4}	離散解

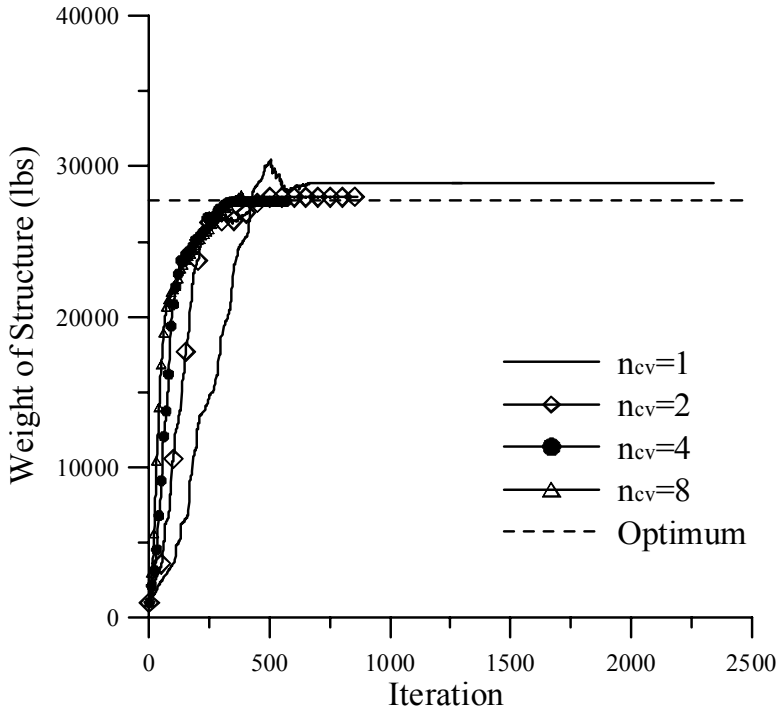


圖2–19　DLM使用本文合向量策略對200桿空間桁架(I)之影響

2.5 討論

根據上述算例的設計結果，可發現只要適當地設定可改變變數的數量n_{cv}，搭配合宜的權因子w或θ，對搜尋速度確實會有相當層度的改善，特別是大型系統的問題的改善更為明顯。

由於合向量技巧的應用，也使得每次搜尋多檢查一個鄰點，亦即搜尋範圍較原始N(X)大，間接使得一些大型、多極值問題的求解品質可以更好，但過大之n_{CV}可能也會使解的品質變差。故採用合向量技巧時，仍應觀察member linking的數量，設計變數之數量等相關因子，選擇適當之n_{CV}，並配合適當之w值才可使效率有效提升，本文建議取3~4即可。

雖然合向量移動技巧的運用，可提升大型問題的求解速度與品質，但DLM本身到底還是一個局部搜尋法，故僅能確認所得之解是一個品質不錯的CLM。因此，本研究想在進一步將DLM與GA結合起來發展一個混合搜尋法，一來透過GA全域搜尋的能力，嘗試使搜尋可以跳出局部解的空間，往另一局部最佳解的空間移動，二來可以確認DLM得求解品質的優劣。此混合搜尋的方法將在第四章說明。

第三章　遺傳演算法

3.1　引言

GA為美國密西根大學的教授Holland於1962年所提出(Holland, 1962)，並於近十幾年來，被廣泛應用於各種領域中。

由於GA是以統計理論為基礎，在整體設計空間進行全域搜尋，相當有機會在找到全域最佳解(Rajeev and Krishnamoorthy, 1992; Wu and Chow, 1995a)。因此法不直接處理設計變數，可在複雜之設計空間隨機搜尋離散最佳解，故非常適合用來處理離散最佳化設計。

然而歷經多年的研究，GA的缺失亦逐漸顯現出來，例如交配與突變方法往往因處理問題之特性之不同，而必須謹慎地使用適當之技巧與設定機率(張慰慈、莊德興，2002)。誠如Forgel於1999年在一篇回顧GA、EA、GP、EP等計算方法的文章中所說：”No free lunch.”，亦即沒有一個演化法能通用於各類問題，應用時均必須根據問題特性，選擇適用的策略和參數，才可獲得好的結果。

為了改善simple GA的求解效率與收斂的穩定性，近年來已有許多學者提出混合搜尋法(Yeh, 1999)、局部區域的GA搜尋法(regional GA) (Groenwold, et al., 1999)、...、等，混合搜尋法主要是藉由傳統最佳化方法具備較為完善之局部收斂準則的特性，與GA結合應用，來改善因GA的隨機性可能無法演化出較佳子代的缺失。次區域的GA搜尋法則是因一般最佳解大多落在一些主動束制面附近，故可以

先利用傳統連續變數最佳化方法，先找到一組近似解，根據此最佳解定義一個次區域，再以GA進行搜尋。這類方法確實可以改善求解品質、穩定性與效率。但相關文獻所測試之問題大多為中、小型結構，很少針對大型結構進行探討。另外，次區域的GA搜尋法的求解品質，也常受制於傳統最佳化方法所得之解的好壞，而影響後續GA的搜尋結果。更重要的是：GA通常缺乏強固的收斂準則，若沒有再進一步以其他具備較完善收斂準則的方法加以修正，所得結果也不見得是最佳解(即使是局部最佳解)。

因本研究擬利用GA配合DLM來發展一種混合搜尋法，故本章先針對GA採用之策略加以說明。

3.2 GA的搜尋策略

3.2.1 族群(Population)

GA每次搜尋均由包含固定數量之設計點所形成的族群中來逐步演化出較佳的解，每次搜尋稱為一代(generation)。一組由亂數產生的初始設計點稱為初始族群(initial population)，藉由各個設計點的表現，依自然界「物競天擇，適者生存」的原理，將好的解留下來進行交配產生下一代，差的解則予以淘汰。此一模擬生物演化之過程，是GA演算時的主要核心。

一般GA求解的品質和穩定性與族群數N_P有絕對之關係，族群數越高，則解的品質與求解穩定性通常為越好，但相對地，N_P越高對計算效率卻是越不利。

本研究在求解過程中，是採用動態族群數，這個方法是配合菁英政策來運作。相關細節將在3.2.5節介紹。

3.2.2 束制函數的處理和適應函數(Fitness Function)

族群中各設計點的優劣是由所謂的適應函數來決定，適應函數可依個別問題的特性來決定，也和GA處理束制函數的方法有關，例如直接以目標函數來定義適應函數、將目標函數與束制函數加權組合之後來定義適應函數、...、等，並無一定的規則。

對於含不等式束制條件的問題，大部分是採用傳統數學規劃法的觀念，將目標函數與束制函數予以加權組合得到一個無束制化的擬目標函數(pseudo objective function)，再以此擬目標函數來定義適應函數。

處理束制條件最常用的方法包括外懲罰函數法(exterior penalty function method)或擴大拉格朗日法(augmented Lagrangian method)等，但是這些方法原先是用來處理連續變數問題，對於離散問題其特性與連續變數不同，且GA每次搜尋皆包含許多個設計點，故在應用上都必須加以修改，否則不易求得好的結果，甚至出現不可行解或不合理解。

本文是以外懲罰函數法處理束制函數，第i個個體的擬目標函數為：

$$F_i = -f_i^*(X) - r_P \sum_{i=1}^{n_C} [\max(g_j(X),0)]^2 \quad , \quad i = 1 \sim N_P \qquad (3\text{–}1)$$

式中r_P為懲罰係數，$f_i^*(X)$為第i個個體的目標函數經正規化後之結果，目的在降低各種問題目標函數大小之影響，以平衡其與束制函數項之間的差異，避免目標函數過度控制適應函數值，而影響到求解之品質，並使r_P之調整單純化。目標函數正規化的公式為：

$$f_i^* = \frac{f_i - (f_i)_{min}}{(f_i)_{max} - (f_i)_{min}} \quad , \quad i = 1 \sim N_P \qquad (3\text{–}2)$$

式中f_i為第i個個體之目標函數值，$(f_i)_{max}$和$(f_i)_{min}$分別為該代所有個體中目標函數之最大值及最小值。

將擬目標函數予以正規化後，即為個體之適應函數：

$$\Phi_i = \left[\frac{F_i - (F_i)_{min}}{(F_i)_{max} - (F_i)_{min}}\right]^{n_a} \quad , \quad i = 1 \sim N_P \qquad (3\text{–}3)$$

式中F_i為第i個個體之擬目標函數，$(F_i)_{max}$和$(F_i)_{min}$分別為該代所有個體中擬目標函數之最大值及最小值；n_a為一放大因子，目的在放大適應函數值間之差異，以免選擇時造成困難，通常取1或2即可。

一般懲罰係數之選擇方式視問題而定，其數值會影響解的收斂性，過高的懲罰係數可能使搜尋陷在局部區域，導致獲得不佳的結

果。在過去的研究中，懲罰係數的選擇方法相當多，包括採用固定值、動態調整法、適應調整法、...、等(Coello, 2002)，但這些方法均有其優、缺點，目前仍無法找出一個相當完備的方法可以兼顧求解的穩定性與求解品質。

上述問題的最大癥結在於GA與傳統數學規劃法的搜尋邏輯存在著相當大的差異。傳統數學規劃法中，每次迭代僅有一個設計點沿其使用方法所決定之搜尋方向移動，故採用外懲罰函數法時，必須逐漸增加懲罰參數r_p，以增加對不滿足約束條件的懲罰，使其解逐漸往可行區移動，直到找到局部最佳解為止。但GA卻是每代都有數個設計點，包含有可行解和不可行解，在經過GA運算之後，可行解和不可行解的數量又即刻改變。理論上，經世代交替後，可行之設計點會逐漸增加，不可行之解則應逐漸被汰換掉。但懲罰參數僅對不可行解有效，且每個不可行之設計點其束制函數大小均不同，當不可行解被逐漸汰換掉之後，若持續增加懲罰參數值，反而逼使所有個體往某一局部可行解之空間移動，而失去世代交替之功能，形成過早收斂，且懲罰參數逐漸增大，亦可能造成數值計算上的困擾，因此部分文獻認為懲罰參數可以隨代增加，但必須設定上限。有些研究則建議採用動態(dynamic)調整或適應(adaptive)調整之策略，但過去有許多文獻所建議之方法必須調整之參數有時又太多，真正應用時常常會有困擾(Coello, 2002)。故亦有人認為懲罰參數應該採用固定值，但此懲罰參數可能因問題之不同、或目標函數值是否經過正規化而差異極大，通常必須測試多次才能決定，若此值選取不當，則又經常造成求解穩定性不足，甚至無法找到真正最佳解。

為了解決懲罰係數不易訂定之問題，本文提出一種參考族群中可行解佔有率來定義懲罰係數之方法，其公式為：

$$\mathbf{r_p^{(k+1)} = \alpha r_p^{(k)}} \quad \textbf{, if all design points are infeasible} \qquad \textbf{(3–4a)}$$

$$\mathbf{r_p^{(k+1)} = \beta \frac{N_P}{N_f^{(k+1)}} r_p^{(k)}} \quad \textbf{, if some design points are infeasible} \qquad \textbf{(3–4b)}$$

式中k為代數；α為一大於1之上升因子，其值愈大，對不滿足之束制函數懲罰愈重，建議可採用2，r_p的初始值則採用1即可；$N_f^{(k+1)}$為第k+1代族群中可行解的數目；β為一期望因子，用以控制族群在可行域內分佈之比例，建議在0.1～1.0之間選取。

式(3–4a)的用意是當族群中所有設計點均為不可行解時，強迫懲罰係數以α倍速度增加，使其儘快找到可行之設計點。式(3–4b)則是當族群中出現部份可行解時，參考可行解的佔有率來決定懲罰係數之大小：當可行解越多，則懲罰係數用較低之數值，以保留部份不可行解進行世代交替；當可行解越少，則懲罰係數用較高之數值，以強迫部份不可行解移入可行區。採用β的主要原因是每一個問題可行解的空間大小均不同，若可行解的空間較小，則採用較低之β，避免使用太大之懲罰係數導致過早收斂；反之，則採用較大之β。但即使是一個相當熟悉的問題，可行解的空間亦不容易了解，但是通常可行解的空間較大，則經過初始幾代的搜尋，大部份的解很容易就進入可行區，透過這些訊息，大致就可決定β值的大小。

3.2.3 離散變數的處理

在GA的演算過程中，設計變數之表示方式扮演著相當重要的角色，因為實際的設計問題必須能夠與GA作適當的連結。

一般設計變數可以直接以實數數值表示，稱為real GA (RGA)，亦可以二位元字串來表示，稱為binary GA (BGA)。RGA與BGA的優劣並無定論，本研究係採用BGA，此法是將設計變數轉換為有限長度的二位元字串，一個設計點的所有設計變數便組成一個更長的字串，稱之為染色體(chromosome)，一個長字串的染色體便是代表一個設計點(Goldberg, 1989)。關於二位元編碼數部份，必須十分謹慎，否則將影響GA求解之效率及品質，本研究的編碼方法將於第三章詳述。

在BGA中，每一個二位元字串解碼出來所代表的並非設計變數本身，而是代表設計變數的指標，為一整數。在二位元編碼空間必須涵蓋實際變數空間，假設可選用斷面為n_{db}組，編碼數τ需滿足$2^{\tau} \geqq n_{db}$之關係，當2^{τ}與n_{db}不相等時，解空間便隨之加大；為使原解空間與二位元碼解空間呈均勻對應關係，過去有人建議採懲罰近似法(penalty approach method, PAM)或超額分配法(excessive–distribution method, EDM)等方式(Lin and Hajela, 1992)，但這類方法不僅均勻度較差，對計算量之需求亦相對提升。

今以一例來說明：假設可選用斷面數n_{db}=40，編碼數τ=6 (滿足$40 \leqq 2^{\tau}$關係之最小值)，二位元編碼變數空間將擴大為2^6=64個，較原

解空間為大(增加24個可用數值)，依EDM之理論將多出的24組數值重複對應至原解空間(40個數值)，如此一來便有24組數值被選中之機率為其餘數值的兩倍。此一不均勻分配之結果將造成某些設計點特別容易出現，對GA之演算將造成極不利的影響。

參考Lin and Hajela(1992)，EDM之均勻度F_U可計算如下：

$$\mathbf{F_U = \frac{mod(2^{\tau}, n_{db})}{n_{db}}} \qquad \textbf{(3–5)}$$

式中$mod(2^{\tau},n_{db})$表示2^{τ} / n_{db}之餘數，F_U值介於0~1之間，F_U愈大代表均勻度愈佳。唯一極端之情形為：若恰可找到一τ值可滿足$2^{\tau}=n_{db}$，此時$F_U=0$ (稱為完全均勻狀態)，但極少有n_{db}可找到使其完全均勻對應之τ值，故實際上EDM並非一恰當之編碼方式。

為使編碼前後變數空間一致，本文取一τ使$2^{\tau-1} \leqq n_{db} \leqq 2^{\tau}$，再截去多餘的$2^{\tau}–n_{db}$部份不予使用，此即強迫均勻編碼法，如圖3–1所示。

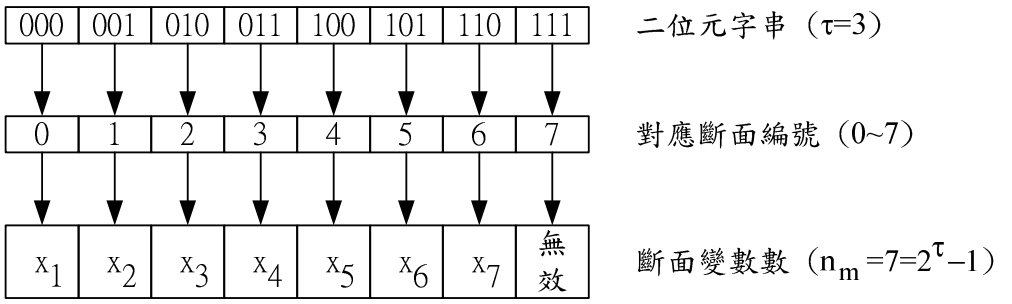


圖3–1　BGA強迫均勻編碼法

強迫編碼方式可保證編碼前後變數空間對應完全，但某些情形下可能會耗費一些計算量。例如：在交配或突變後，若產生染色體落入$2^{\tau}-n_{db}$區間時，二位元編碼將無法對應到實際可用變數空間，此時可重新交配或突變，直到解落回$2^{\tau}-n_{db}$區間內為止，此時強迫編碼策略將使交配與突變耗費較多計算量，其耗費程度可估計如下：

每次交配或突變後，變數落入可用區與不可用區的比例為：$n_{db}:2^{\tau}-n_{db}$，因此可定義一強迫均勻編碼之效能評估因子為：

$$\mathbf{F_e = \frac{2^{\tau} - n_{db}}{2^{\tau}}} \qquad \mathbf{(3\text{–}6)}$$

F_e代表交配或突變後所得二位元碼之失敗率，其值介於0~0.5之間，F_e值愈高代表對計算量之耗費便愈明顯。

若欲產生n_{ch}個有效二進位碼，所需之編碼次數n_{ch}*約為：

$$\mathbf{n_{ch}^* = n_{ch}(1 + F_e + F_e^2 + ...) = \frac{n_{ch}}{1 - F_e}} \qquad \mathbf{(3\text{–}7)}$$

例如：$n_{db}=40$，需取$\tau=6$以滿足$2^5 \leqq 40 \leqq 2^6$，此時$F_e=(2^6-40)/2^6$ 0.375，即交配或突變後有37.5%的比例為無效碼，此時若需1000個有效二位元碼，便需進行交配或突變運算約達1600次，為原本之1.6倍。雖然乍看之下似會耗用極大之資源，但實際上經測試後發現：即使$F_e=0.5$(上限)，仍只會在交配與突變時消耗最多2倍的計算量，加上突變率通常極小且不需要結構分析，故實際上因強迫均勻編碼策略而增加之計算量在整體最佳化設計過程中所佔資源並不多，但

卻能達到較穩定收斂之效果，且此一消耗遠小於結構分析所耗用之資源，故對整體計算效率及求解品質而言仍是一種提升。

3.2.4 運算子(Operator)

本文採用簡單遺傳演算法(simple genetic algorithm, SGA)，包括複製(reproduction)、交配(crossover)和突變(mutation)等主要三個基本運算子。由於過去許多的研究顯示：傳統的SGA可能無法適用於所有的問題，若僅依賴三個基本運算子的運作，其穩定性、效率和解的品質都可能相當差。因此，本研究除了三個基本運算子之外，另配合使用族群菁英政策(De Jong, 1975)及汰除率(張慰慈、莊德興，2002)等策略，希望將部份較好的個體複製保留，較差的個體剔除，以防止較佳的可行解因交配或突變而遺失，並同時兼顧整體族群的品質。SGA的三個基本運算子分別說明如下。

(1) 選擇(Select)及複製(Reproduction)

複製運算子主要是應用優勝劣敗的基本原理，將族群中較差的個體予以淘汰、好的個體留下來複製，並放入交配池中進行交配。進入交配池之個體一般可採用輪盤選擇法(wheel selection method, WSM) (Davis, 1991)、競爭法或排序選擇法(ranking selection method, RSM) (Whitley, 1989)等決定。

WSM著重各個體間適應函數值之差異性，第i個個體獲選進入交配池之機率$(P_S)_i$可表示為：

$$(P_S)_i = \frac{\Phi_i}{\sum_{i=1}^{(1-P_e)N_P} \Phi_i} \qquad (3\text{–}8)$$

式中Φ_i為第i個個體之適應函數值。

RSM則著重於個體由優至劣排序後之名次，而不論其適應函數值間之差異有多大，每次被選中個體之序號為：

$$\upsilon = \frac{(1-P_e)N_P}{2(a-1)}\{a - \sqrt{a^2 - 4R(a-1)}\} \qquad (3\text{–}9)$$

式中P_e為本文自訂之汰除率，將於2.3.6節說明；N_P為族群大小，R是隨機產生0～1之間的一個數值；a為一控制較優秀個體被選中機率之係數，Whitley (1989)建議取用1.5。

根據上式計算出來的υ值經四捨五入後，即代表排序之後被選擇進入交配池的個體。以一經過汰除率篩選後，剩餘個體數為20之族群為例，應用RSM (a=1.5)時，各種R值篩選對應之個體排序後之序號如圖3–2所示，排序於較前者(較佳者)之個體被選中的機率亦較高。

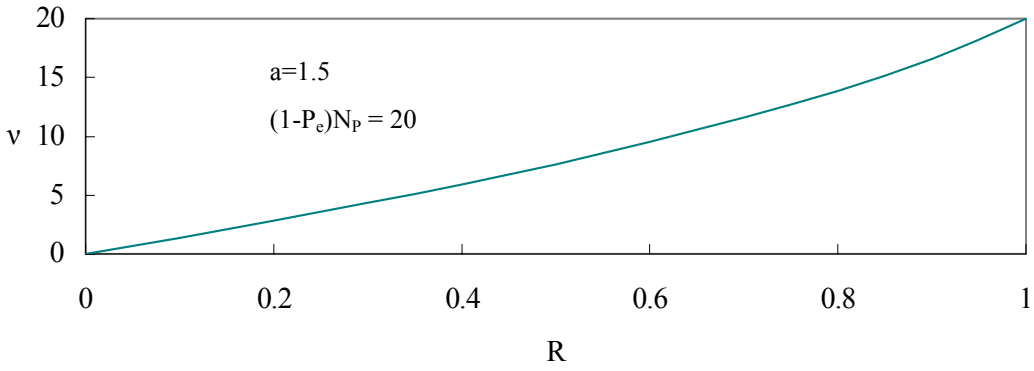


圖3–2　排序選擇法各種R值對應個體編號之情形

基本上，WSM與RSM並無一定的優劣，應視所處理的問題而定。本研究則是採用RSM來選擇個體進入交配池交配。

(2) 交配(Crossover)

兩個親代個體被選入交配池交配時，其交配的方法也相當多，較常見的方法為單點交配、兩點交配或均勻交配。單點交配是隨機決定一交配點，將兩親代個體於交配點後之字串互換，產生新的子代個體，如圖3–3所示。兩點交配與單點交配類似，先隨機定出兩交配點，將兩親代個體於兩交配點間之字串互換，產生新的子代個體(圖3–4)。

均勻交配與前述兩種交配法不同，必須先隨機產生一長度與親代染色體相同之遮罩，遮罩為1之部份即為交配點，親代個體對應交配點上之基因(0或1)互相交換，如圖3–5所示。

上述各種交配法的優劣亦無定論，基本上還是因求解問題的特性而定。

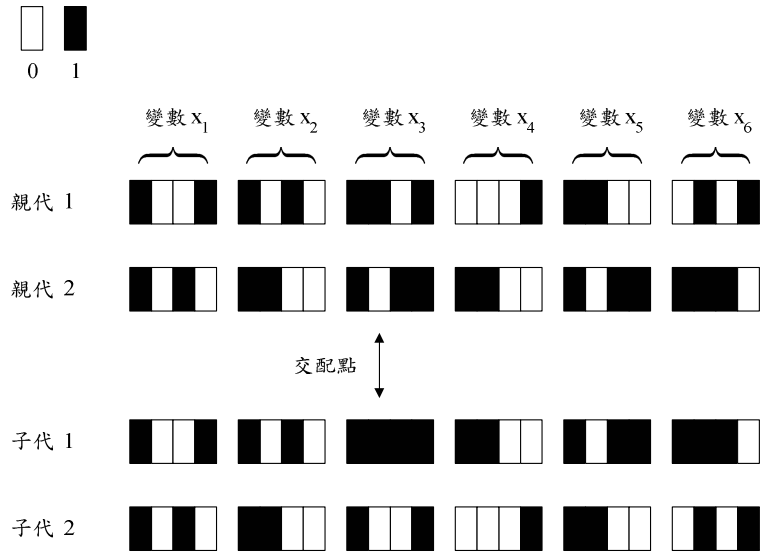


圖3–3　BGA單點交配

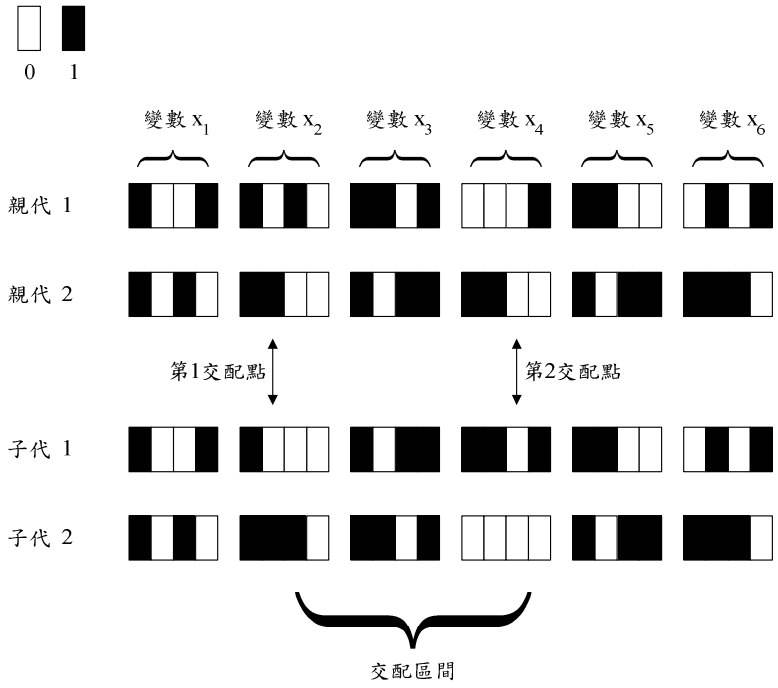


圖3–4　BGA兩點交配

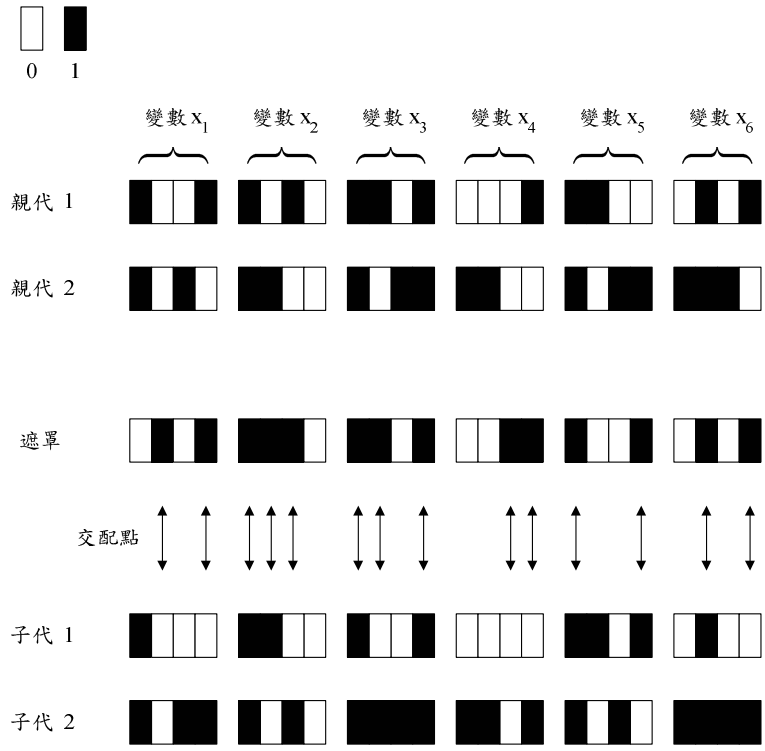


圖3–5　BGA均勻交配

BGA因需將設計變數由加以編碼和解碼，此一過程對於計算量上的耗費常為人所詬病。但這個問題可藉由程式撰寫技巧加以改善。

以圖3–3為例：有6個變數，每一變數以4個二進位碼表示，在使用單點交配時，為節省時間，可只對交配點所在變數(x_3)進行解碼與編碼進行交配，交配點後之變數(x_4~x_6)可直接交換而不須編、解碼，如此非但能加速交配速度，並可節省程式記憶體之浪費。若使用兩點交配時(參考圖3–4)，亦可只對交配點所在變數(x_2、x_4)進行解碼與編碼進行交配，兩交配間點之變數(x_3)可直接交換而不須編、解碼。

均勻交配因交配點眾多，無法以上述方法省略大部份編、解碼之動作，故將消耗較多的計算量。實際測試後發現均勻交配對演算不一定較佳，故本文採用兩點交配。

(3) 突變(Mutation)

突變之目的在打散族群，以免個體間過於相似而失去其多樣性，其程序為：對每一基因(0或1)均隨機產生一實數R，與突變率P_m相較，當$R<P_m$時，將該基因碼做0–1之更換。

突變率過高將造成計算效率的降低，並使較佳解亦被打亂，故突變率毋需取過高，可採用下列公式計算修正式突變率(Wu and Chow, 1995a) P_M：

$$\mathbf{P_M = P_m C} \qquad \textbf{(3–10a)}$$

$$\mathbf{C = \frac{N_C}{N}} \qquad \textbf{(3–10b)}$$

式中P_m為一般型突變率，建議取0.1；C為親代相似度，N為個體基因總數，N_C為個體相同基因數，以圖3–3之親代為例，若P_m=1：

$$\mathbf{N = 24}$$
$$\mathbf{N_C = 9}$$
$$\mathbf{C = 9 / 24 = 0.375}$$
$$\mathbf{P_M = 0.1 \times 0.375 = 0.0375}$$

經由上述諸運算子作用，同一代族群中的每一設計點必須與其他設計點根據其適應函數值來相互競爭，好的親代被選擇保留下來以進行下階段的運算(如交配或突變)以產生子代。通常所產生的子代可能就會有較佳的適應函數值出現，也就是產生更好的設計點，此新的設計點將取代親代的族群，成為新的族群，再重複相同步驟求更好的下一代，直到符合收斂條件為止。

由上述的討論可知影響GA求解穩定性與品質的因素相當多，例如：複製、交配與突變等三個基本運算子的策略運用，或者每代族群個體數量、適應函數的定義、束制函數的處理方式、...、等。雖然過去有相當多的文獻提出各種策略，但均各有其優、缺點，是用時必須相當謹慎。

3.2.5 其他演化策略的運用

(1) 汰除策略

當族群數設定較多時，隨機產生之個體往往會出現一些很差的不可行解，雖然這些個體被選擇到的機率相當低，但也不能說完全沒有機會。這些表現差的不可行解若被選擇進行交配，所產生的子代(offspring)往往不會太好。

在結構最佳化設計問題中，一般局部解會沿主動束制面分佈，各個局部最佳解桿件的配置雖有差異，但可能僅是幾根桿件不同而已，且斷面大小差異亦有限。因此，若能適度地將表現最差的解，

在交配過程中剔除，另外隨機產生一些個體，或藉由較佳個體的交配多產生一些新的個體替換，將可使解的品質控制在一定範圍內。根據這個觀念，本文提出一個淘汰策略，此策略是在選擇個體進入交配池之前運作，其做法說明如下。

首先將族群內之所有個體根據適應函數Φ_i值加以排序，根據使用者自訂之汰除率P_e將表現最差的幾個個體先予以淘汰，只留下$(1-P_e)N_P$個個體預備交配，以提升族群品質。

汰除率P_e的訂定須視問題而定，如果可行解的空間較小，則應取較高之P_e；相反地，若可行解的空間較大，則應取較小的P_e，否則容易發生早熟現象。本研究經數個算例的測試後，建議P_e較合理的範圍應在0～20%之間。

另外，汰除率亦須考慮每代族群中的個體數，若個體數較少、汰除率過高也容易發生早熟現象。故此淘汰策略僅在設計空間大且使用族群數高的時候才考慮，例如：族群數N_P=200以上，否則反而可能降低世代交替的機會，影響求解品質。

(2) 菁英政策(Elitism)

雖然交配與突變的目的在逐步改善族群個體的品質，但所有過程都具備隨機性，有時候好的個體在交配或突變之後反而變差。為了避免較佳個體因交配和突變而遺失，故De Jong建議每代交配之前，應該將最佳個體保留下來與子代個體競爭，此稱為菁英政策(De Jong, 1975)。近年來，也有人認為菁英政策不應該僅保留一個最佳

個體，而應該保留族群中某一比例之較佳個體，但這些策略基本上都是所謂菁英策略，所保留之個體即所謂菁英(elite)。

過去GA的研究中，族群個體數往往是採用固定值，但在自然界生物的演化過程，此觀念並不正確，例如未開發國家的人口通常膨脹速度較快，已開發國家則因人為控制才使人口數控制在一定範圍內；同樣的思考模式若用在GA的演化策略中，則初始階段可讓族群數放大，直到一個人為設定之最大值為止，本研究稱此為動態族群(dynamic population)，並以之重新定義族群與菁英於GA進化演算中之定位，期能藉此增進求解之效率。假設初始族群數設定為N_P，初始菁英數為0，菁英上限定為n_{EU}。於每代進化演算後對菁英群作一更新之動作：

(a) 當菁英數$n_{EU}<n_E$時：此時因菁英群不足，故族群中有任何可行解均複製至菁英群中，直到$n_{EU}=n_E$為止。

(b) 當菁英數$n_{EU}=n_E$時：此時菁英數量已達上限值n_E，除非族群中出現較菁英群更優秀之染色體，才將較差之菁英擲回一般族群中與之替換，否則不對菁英群進行更動。

故知族群大小係由N_P動態增加加至N_P+n_E後才固定。每次選擇欲進入交配池中之個體時，菁英亦在考量範圍之內，如此可增加優秀染色體(菁英)獲選之機率，以促進族群之進化，同時亦可保護菁英不致於經過諸運算子如交配、突變後遺失。

(3) 移民(Immigration)

當族群過小時，突變率調整失當仍可能造成族群之早熟(過早收斂)，此時可考慮加入移民政策，亦即在突變後檢核族群中是否有重複個體，若發現數個相同之個體出現，則保留其中一個，其餘重複之個體重新以隨機方式產生新的個體替代，此一策略對使用族群數較少問題較有助益(Wu and Chow, 1995a)。

3.2.6 收斂準則

目前GA仍然缺乏一個強固數學理論所推導的收斂準則，其常用之收斂準則如下：

(1) 最佳解連續n_{P1}代未能再進化。

(2) 演算代數超過預期之上限值n_{P2}。

此二收斂條件，並無法確保所得之解即為一最佳解(即使是局部最佳解)。因此，若要確定所得之解至少是一個局部最佳解，必須藉由一些具有較完備數學理論所推導的方法來協助搜尋或加以修正，這個觀念本文將在混合搜尋法中採用，細節將在第四章討論。

3.3 數值算例

為了解本文使用之GA策略搜尋的能力及缺失，以下將分別以10桿平面桁架、22桿平面桁架、36桿平面桁架等三個算例進行測試。

3.3.1 10桿平面桁架

此例曾在第二章中介紹過，並以DLM進行演算設計。在此將以GA進行測試，可藉此比較其與DLM求解之差異性。由於GA求解需要大量之族群方能發揮其隨全域搜尋之能力，故在此以族群數N_P=300、菁英數n_E=30進行搜索，設計參數詳如表3–1所示。

GA測試演算後之詳細結果及與文獻之比較如表3–2、3–3、圖3–6及附錄C.2所示。與第二章DLM之求解情況比較，GA演算所需之CPU時間約為DLM之35.6倍，結構分析次數亦約為其19.8倍；若加上GA求解不穩定之特性，本例僅有30%之機率可找到與DLM品質相同之解，故GA欲達到與DLM相同之效果可能需約60~120倍之運算量，此一耗費相當驚人。

表3–1　GA對10桿平面桁架設計所用參數

演算法個別參數類別			策略及參數值
GA	編碼方式		強迫均勻編碼法
	族群大小N_P		300
	菁英數n_E		30
	動態懲罰函數係數	α	2
		β	0.5
	汰除率P_e		0.1
	選擇法		RSM
	交配法		兩點交配
	突變率		$P_M = CP_m$, $P_m = 0.1$
	移民政策		採用
	收斂準則	n_{P1}	500
		n_{P2}	100

表3–2　10桿平面桁架以GA設計結果

統計項目			平均值μ	變異係數V
CPU時間(秒)			3.881	15.0%
結構分析次數(次)			119991	15.5%
迭代次數(次)			397.9	15.44%
設計結果	結構重平均值μ (lbs)		5498.930	0.3%
	最差解結構重(lbs)		5540.14	
	最佳解	結構重(lbs)	5490.74	
		求得率	30%	
		$(g_j)_{max}$	$g_{\delta 4} = -5.2875\times10^{-4}$	
		最大位移	$\delta_4 = -1.999$ in	
		最大應力	$\sigma_5 = 14.197$ ksi	

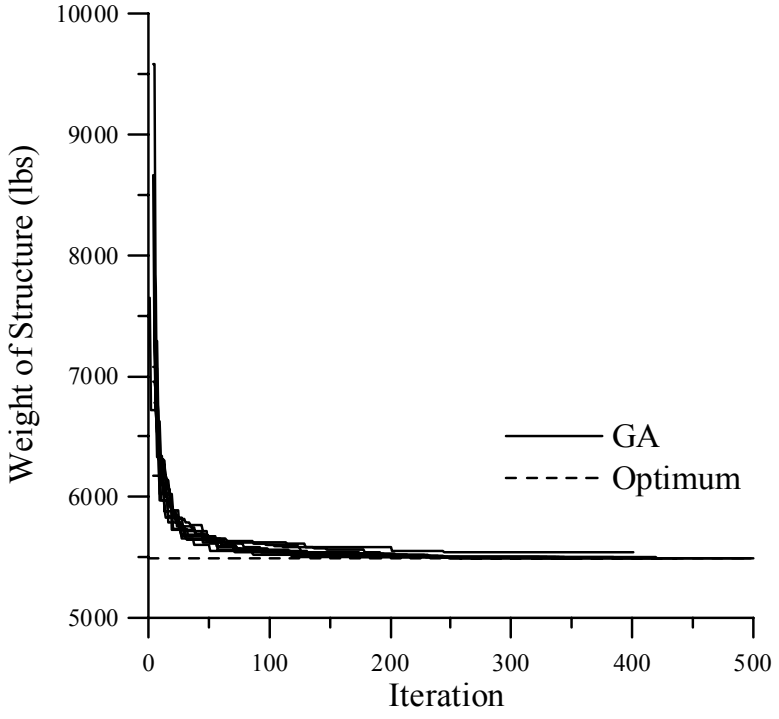


圖3–6　10桿平面桁架以GA分別設計10次之結果

表3–3　10桿平面桁架以GA設計結果與文獻之比較

演算法	結構重		max{g_j}
	lbs	N	
Rajeev and Krishnamoorthy (1992)	5613.58	25001	3.7611×10^{-4}
Cai and Thiereut (1993)	5491.72	24459	-9.4247×10^{-4}
Coello, et al. (1994)	5586.59	24881	Not available
Galante (1996)	5458.34	24310	6.1339×10^{-3}
Camp, et al. (1998)	5556.90	24749	Not available
Ponterosso and Fox (1999)	5528.09	24621	Not available
Nanakorn and Meesomklin (2001)	5499.35	24493	-2.0882×10^{-3}
Tong and Liu (2001)	5491.72	24459	-9.4247×10^{-4}
DLM	5490.74	24454	-5.2875×10^{-4}
GA	5490.74	24454	-5.2875×10^{-4}

3.3.2　36桿平面桁架

圖3–7之算例亦為一常見之算例(Groenwold, et al., 1999; 吳泳達，2003)，詳細設計資料可參照附錄D及表3–4。桿件的截面積必須由附錄D.1所列之30個截面積之離散集合選取，設計時考慮結構的對稱性，而將結構桿件對稱配置分成21組斷面來設計，解空間約為10桿平面桁架之10^{13}倍，屬於一中型之算例。GA同樣使用表3–1之參數進行設計，其結果及與文獻之比較如表3–5~3–6、圖3–8及附錄D.2.1所示，GA之演算結果亦較文獻為差。

表3–4　36桿空間桁架設計資料

材料性質		彈性模數E = 1.0×10^4 ksi (69033.11 MPa) 單位體積重量ρ = 0.1 lbs/in^3 (0.0272 N/cm^3)
束制條件	節點位移	載重1：節點10於–z方向之容許位移為δ_{all}=2 in (5.08 cm) 載重2：節點10於y方向之容許位移為δ_{all}=2 in (5.08 cm)
	構件應力	無

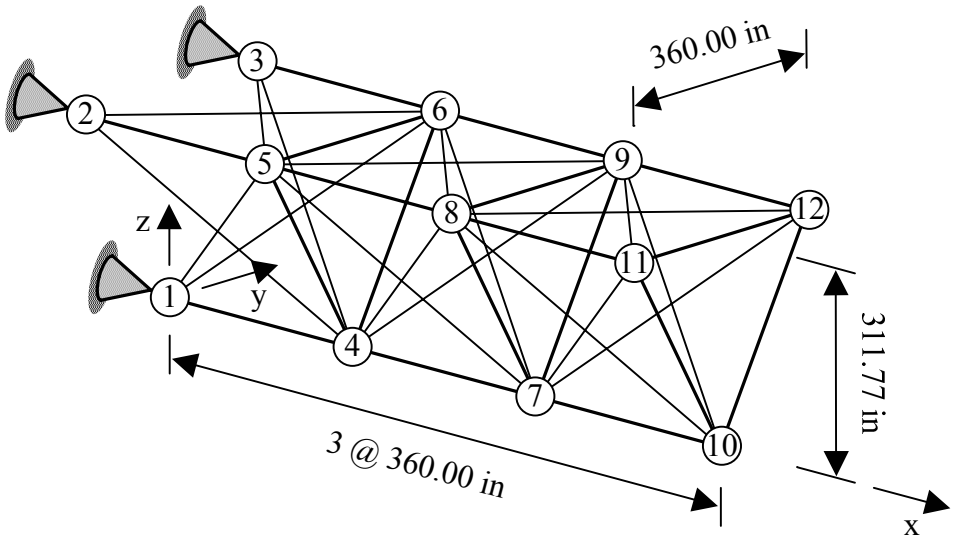


圖3–7　36桿空間桁架

表3–5　36桿空間桁架以GA設計結果

統計項目				平均值μ	變異係數V
CPU時間(秒)				27.403	29.5%
結構分析次數(次)				105453.8	29.5%
迭代次數(次)				350.9	29.5%
設計結果	結構重平均值μ (lbs)			38629.051	2.0%
	最差解結構重(lbs)			40555.58	
	最佳解	結構重(lbs)		37470.00	
		求得率		10%	
		$(g_j)_{max}$		載重2：$g_{d20} = -1.6204\times10^{-3}$	
		最大位移	載重1	$\delta_{21} = -1.777$ in	
			載重2	$\delta_{20} = 1.997$ in	
		最大應力	載重1	$\sigma_3 = -7.660$ ksi	
			載重2	$\sigma_{24} = -3.970$ ksi	

表3–6　36桿空間桁架以GA設計結果與文獻之比較

演算法	結構重		max{g_j}
	lbs	N	
Ringertz(1988): Global optimum	35937.35	160056	-4.2033×10^{-4}
Ringertz(1988): B&B	36117.35	160856	-3.4602×10^{-3}
Ringertz(1988): Generalized Lagrangian	36328.23	161796	-2.0363×10^{-3}
Groenwold, et al.(1999): R–GA	35937.35	160056	-4.2033×10^{-4}
吳泳達(2003): DLM	35937.35	160056	-4.2033×10^{-4}
GA	37470.00	166882	-1.6204×10^{-3}

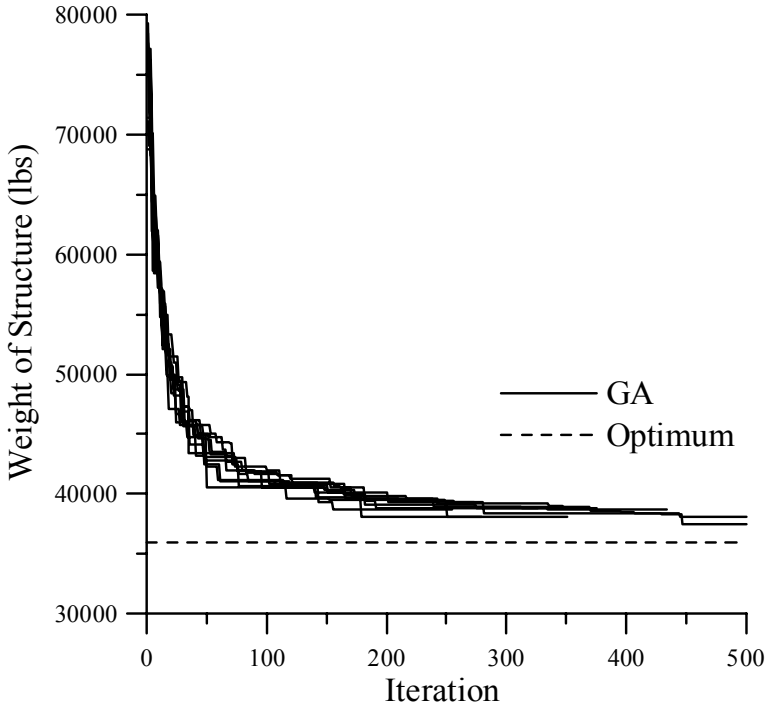


圖3–8　36桿空間桁架以GA設計之結果

3.3.3 22桿平面桁架

圖3–9之算例為一靜定結構，故可算出全域最佳解，詳細設計資料請參照表3–7及附錄E.1。值得一提的是本例依據美國鋼構協會(American Institute of Steel Construction, AISC)之容許應力設計法(Allow Stress Design, ASD, 1989)限制受壓構材之容許挫屈應力：

$$\sigma_{all}=\frac{1-\frac{1}{2}\bullet\left(\frac{KL/r}{C_c}\right)^2}{\frac{5}{3}+\frac{3}{8}\bullet\frac{KL/r}{C_c}-\frac{1}{8}\bullet\left(\frac{KL/r}{C_c}\right)^3}\sigma_y \quad , \quad \frac{KL}{r}\le C_C \qquad \textbf{(3–11a)}$$

$$\sigma_{all}=\frac{12\pi^2E}{23\left(KL/r\right)^2} \quad , \quad \frac{KL}{r}>C_C \qquad \textbf{(3–11b)}$$

$$C_C=\sqrt{\frac{2\pi^2E}{F_y}} \qquad \textbf{(3–11c)}$$

式中K為有效柱長係數，桁架之K值取1.0；r為斷面旋轉半徑，L為構件長度，E為材料楊氏係數，σ_y為材料降伏應力。

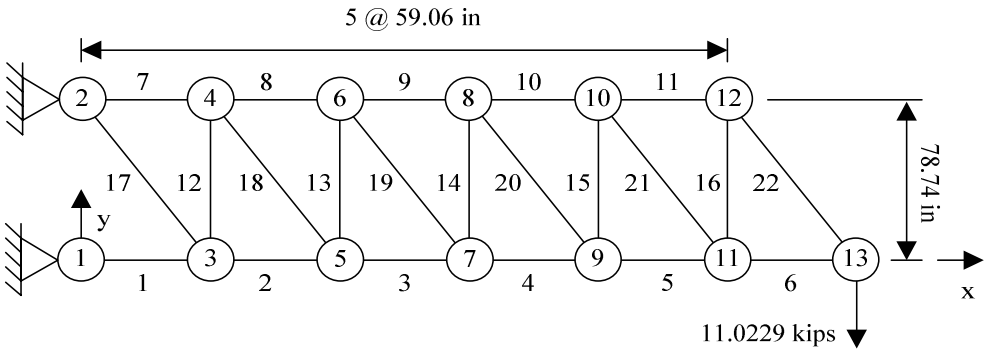


圖3–9　22桿平面桁架

表3–7　22桿平面桁架設計資料

材料性質		彈性模數E = 2.9×10^3 ksi (200.20 GPa) 單位體積重量ρ = 0.283 lbs/in^3 (0.077 N/cm^3) 降伏應力σ_y=±36 ksi (±248.52 MPa)
束制條件	節點位移	無
	構件應力	依AISC–ASD規範規定： 承拉構件容許應力$\sigma_{all}=0.6\sigma_y$ 承壓構件受容許挫屈應力公式雙重限制

本例之解空間約為10桿平面桁架之10^{16}倍，故對GA而言困難度相對提高許多，以相同之參數(表3–1)調整GA進行演算，其設計結果及與文獻之比較如表3–8~3–9、圖3–10附錄E.2.1所示，顯見對於解空間較大之算例，GA若再使用相同之策略便無法達到相同的效果；由圖3–10可看出GA在500代後其最佳解仍可繼續下降，但若欲找到和文獻一樣優秀的解，便需調整收斂準則，延長n_{P1}和n_{P2}之值，此時耗費之計算量將極為龐大，故應設法改善GA之演算策略。

表3–8　22桿平面桁架以GA設計結果

統計項目			平均值μ	變異係數V
CPU時間(秒)			19.313	22.0%
結構分析次數(次)			123277.3	21.8%
迭代次數(次)			410.8	21.8%
設計結果	結構重平均值μ (lbs)		627.067	2.7%
	最差解結構重(lbs)		655.78	
	最佳解	結構重(lbs)	601.40	
		求得率	10%	
		$(g_j)_{max}$	$g_{\sigma 17} = -1.6786\times10^{-3}$	
		最大位移	$\delta_{22} = -1.468$ in	
		最大應力	$\sigma_{17} = f_{19} = f_{22} = 21.564$ ksi	

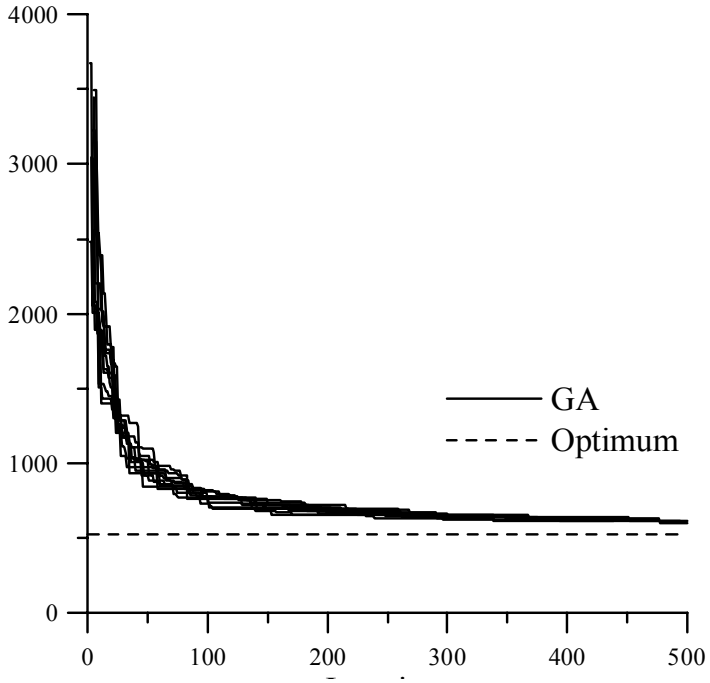


圖3–10　22桿平面桁架以GA設計之結果

表3–9　22桿平面桁架以GA設計結果與文獻之比較

演算法	結構重		Max{g_j}
	lbs	N	
Erbatur, et al. (2000)	546.81	2435.37	-1.6943×10^{-3}
Juang,et al. (2003)	523.54	2333.70	-1.6854×10^{-3}
GA	601.40	2678.48	-1.6786×10^{-3}

3.4 討論

經由以上算例之設計結果，可發現本文所使用之GA及其策略對於求解時之穩定性已可勉強達到要求，但使用之族群數N_P仍舊過大，因此需要耗費極大的計算量；面對中型結構問題時，其求解能力亦無法與DLM相提並論，故必須對現有之GA進化演算模式再作更進一步的修改。本研究擬引入次區域的觀念，同時修改GA之收斂準則以達到此一目標，詳細內容將在第四章中再做介紹。

第四章　DLM–GA混合搜尋程序

4.1　引言

過去的研究結果顯示：對於中、小型結構而言，DLM之求解品質及效率極佳，同時此法具備非常強固之數學理論所推導的收斂準則，故可確保所得之解必為一局部最佳解。惟在處理多極值之大型問題時，一來DLM為鄰點搜尋法，故計算時間會隨設計變數數量的增加而以指數型態增加；二來，雖然DLM之求解品質並不算太差，但因屬局部搜尋法，若參數調整不當，則仍有落入較差之局部最佳解的缺憾。雖然本研究針對大型結構問題，提出合向量移動技巧的改善策略，藉以提升此方法處理大型結構的計算效率，但到底DLM還是屬於局部搜尋法，故對於多極值之大型問題的求解，仍然有改善之空間。

由於DLM與GA仍然各有其缺失，但也各有其優點，因此，本研究嘗試利用GA全域搜尋的能力，配合DLM具備強固之數學收斂準則，將兩種演算法結合在一起使用，藉以改善兩種演算法之缺失，使其具備更強健的搜尋能力。

另一方面，因GA的搜尋效率與求解品質與設計空間的大小相當有關係，為此，本文將引進一種「連續次區域搜尋」概念，一方面可將GA搜尋空間盡可能降到最低，減少GA的搜尋時間，另一方面也可提高GA求解品質的穩定性。為了確保所得之結果至少為一

CLM，故本研究在GA搜尋結束後，將以鄰點搜尋法來檢核或進一步改善解的品質，使所得之解至少為一CLM。

本章首先將介紹次區域搜尋概念，再介紹本研究所採用之兩種混合搜尋方法。

4.2 次區域(Sub-region)

過去的研究顯示，含束制條件之連續最佳化問題，其最佳解必落在主動束制面(active constraint surface) (Arora, 1989)；離散最佳化問題因變數之特性，最佳解不一定正好落在束制面上，但仍維持在主動束制面之附近。

CLM分佈情形可參考下面算例的說明。今考慮含不等式束制條件之非線性問題，其數學模式為：

$$\textbf{Minimize} \quad f(X) = 0.00785(2\sqrt{2}x_1 + x_2)$$

$$\textbf{Subject to} \quad g_1(X) = \left|250\sqrt{2}\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_1 + \sqrt{2}x_2}\right)\right| - 1 \le 0$$

$$g_2(X) = \left|\frac{500\sqrt{2}}{x_1 + \sqrt{2}x_2}\right| - 1 \le 0$$

$$g_3(X) = \left|250\sqrt{2}\left(\frac{1}{x_1 + \sqrt{2}x_2} - \frac{1}{x_1}\right)\right| - 1 \le 0$$

$$x_i \in D = \{50,100,150,...,1000\} \ , \text{for} \ \ i = 1,2$$

依DLM中b=1之鄰點定義方式，此問題的設計空間及束制函數如圖4–1所示，其中g_1為主動束制函數，離散局部最佳解皆沿其束制面($g_1(X)=0$)分佈，其中f(X*)為其全域離散最佳解，此一帶狀區即為本文所謂的次區域(sub-region)，亦即最佳解最有可能出現之範圍。

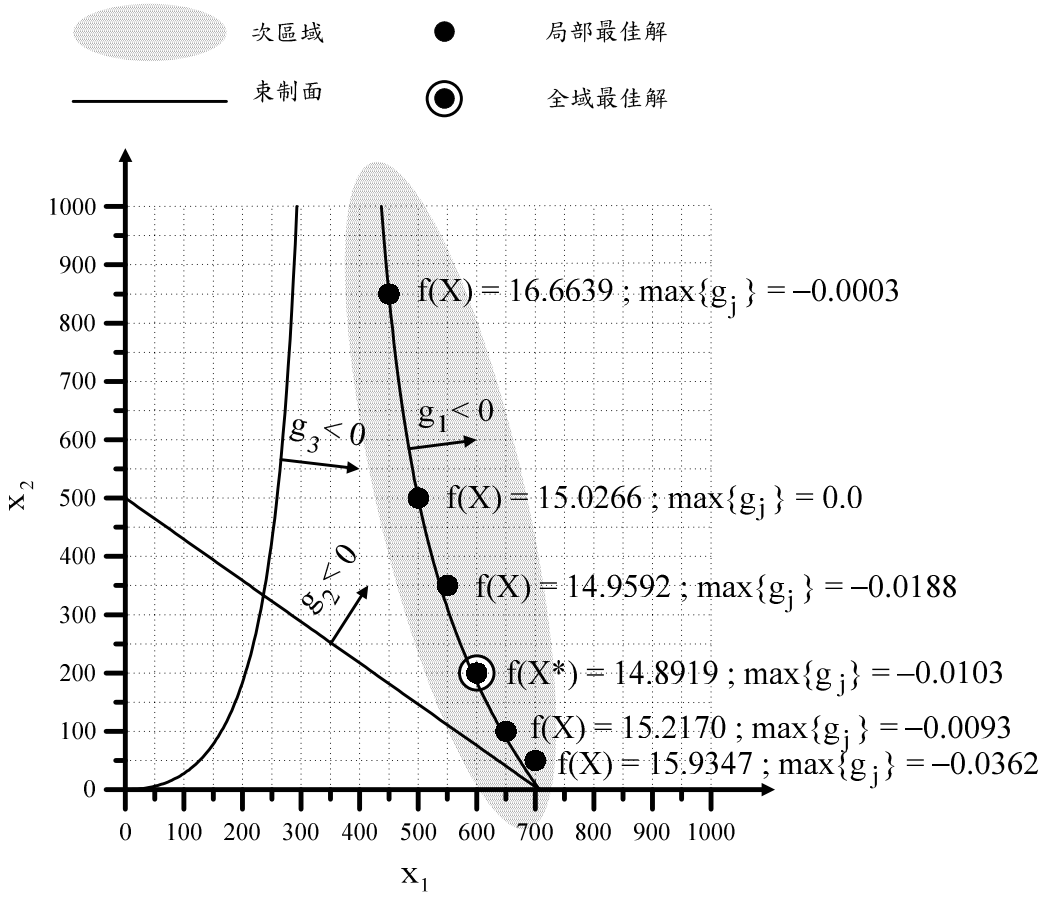


圖4–1　解空間及次區域分佈情形

因此，若能沿主動束制面找出包絡CLM的一塊次區域，再讓GA在此次區域搜尋，不僅可大幅降低搜尋時間，也可提高求解穩定性。但是對於較複雜之大型問題或非凸集合問題(non-convex problems)，要一次找出包絡所有CLM的次區域有其實際困難，即使可以找到，其範圍可能還是太大。故本研究乃提出一種連續次區域搜尋(sequential regional search)的概念，亦即先找到一個CLM後，根

據此CLM定義一個次區域，以GA在此次區域內搜尋更佳的CLM，再以此CLM為中心定義新的次區域讓GA繼續搜尋，如此反覆搜尋直到符合收斂條件為止。

本文對次區域的定義方式為：將已知最佳解各變數上下相距n_{sb}個編號之斷面納入解空間之中，定義出帶寬狀之次區域。最簡單的次區域($n_{sb}=1$)定義方式如圖4–2所示。

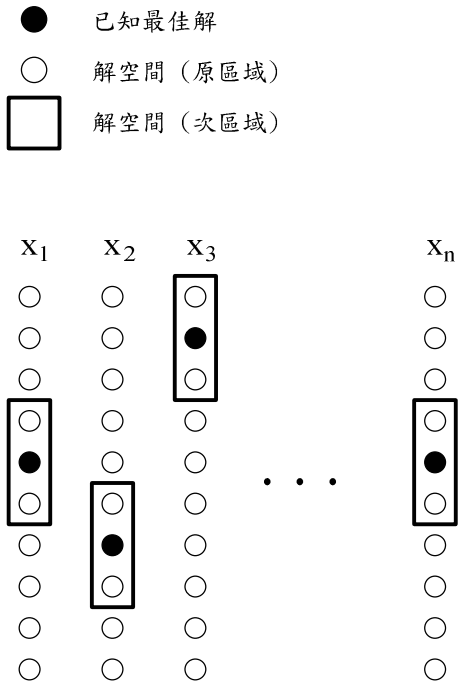


圖4–2　由已知解定義次區域之方式

連續次區域搜尋法的優點是可以將每次搜尋空間大幅降低，改善GA的搜尋效率與穩定性。例如一個20個獨立變數的桁架，若每個變數可選用離散集合含有20個斷面，則設計空間就有$20^{20}(\approx 1.05\times 10^{26})$個離散點，如果次區域以$n_{sb}=1$來定義，則每次的次區域空間的設計點可大幅降低為$3^{20}(\approx 3.49\times 10^{9})$個，假設連續搜尋三次，且每次搜尋的點皆不同，則共有約1.05×10^{10}個點，僅為原始區域點數的10^{-16}

倍，不僅使GA搜尋的負擔大幅降低，更由於空間縮小，亦可提高GA求解的穩定性。

4.3 收斂準則

因GA缺少嚴謹數學基礎所推導的收斂準則，一般僅能依賴：(1)最佳解連續n_{P1}代未能再進化，或(2)設定一個代數的上限n_{P2}，來作為收斂準則，其中n_{P1}及n_{P2}數值需由使用者自行定義。

為確保GA之設計結果至少為一CLM，本文是採用鄰點搜尋法(neighborhood searching method, NB)來判定解之收斂性，其判定方式為：依照DLM定義鄰點的方式，檢核鄰點中所有可行解；若鄰點中有目標函數值較目前設計點為低之可行解，則移動至目標函數值最低之鄰點。經由逐次移動直到無法找到目標函數更低之可行鄰點為止，如此可確保GA演算所得必為一CLM。

4.4 混合演算程序

本文使用下列兩種演算程序：

(1) GA–NB
(2) DLM–GA–NB

GA–NB之目的在進行參數研究及測試其求解能力與品質，DLM–GA–NB則針對GA–NB之缺失進行改善，其構想是先以DLM

來快速搜尋一個CLM，通常若此CLM的品質排不錯，可降低後續GA–NB的負擔。兩種混合策略之作法如下：

4.4.1 GA–NB

本文考量影響GA之參數為以下11項：

(1) 編碼方式：最佳均勻編碼、強迫均勻編碼

(2) 族群大小N_P

(3) 菁英數n_E

(4) 懲罰係數的調整參數α

(5) 懲罰係數的調整參數β

(6) 淘汰率P_e

(7) 選擇法：WSM和RSM

(8) 交配法：單點交配、兩點交配、均勻交配

(9) 突變率P_M

(10) 移民政策

(11) 收斂準則n_{P1}和n_{P2}

GA之演算流程如圖4–3所示。

為改良GA收斂之不確定性，本文在GA設計之後，以NB檢核其解是否為CLM。為有效降低GA所需之計算量，演算時GA每代之個體數均盡量取較少，族群大小n_P取10~100之間，菁英數量n_E取10~30個，並於每次NB找到CLM之後，根據此CLM再定義一個次區域，並再以GA對此一區域進行搜尋求解。

連續以GA–NB模式進行反覆演算求解達n_r次後若無法再求得更佳解，即表示此演算模式的求解效能已大幅降低，此時即應停止混合搜尋求解(本文設定n_r=3)。GA–NB之演算流程如圖4–4(a)所示。

4.4.2 DLM–GA–NB

對大型問題而言，若未能針對問題對DLM之參數進行適當之調整，可能無法找到真正最佳解，且求解之穩定性亦受到影響；但即便如此，DLM仍可找到位於束制面附近之局部最佳解(吳泳達，2003)。而GA–NB對大型結構問題之求解效能及品質則較差，但若首次的GA–NB無法提供較好的解，則後續的GA–NB對解的改善亦有限；若能由DLM提供一個位於束制面附近較佳之次區域開始搜尋，則應有較高機率找到更佳的解。

利用此一特性，本研究設計之流程為：先以DLM作一快速之初步搜尋，再依4.4.1之GA–NB混合演算方式反覆求解。此一構想係以DLM找尋CLM，並利用GA隨機搜尋之特性跳脫出已知之區域，向新的範圍進行搜尋求解，再以NB確保所得之解必為一CLM。DLM–GA–NB混合求解之流程如圖4–4(b)所示。

此處NB可採用與DLM相同之鄰點定義方式，亦可採用合向策略，但是因為只考慮可行解，故不須考慮w、θ等參數和λ的初始值。為謹慎判定GA所得之解是否為一CLM，NB部份將設定鄰點範圍參數b=4、合向量上限n_{CV}=4，並根據吳泳達(2003)之建議，仔細檢核小於n_{CV}之每一合向量，並計算其目標函數值。

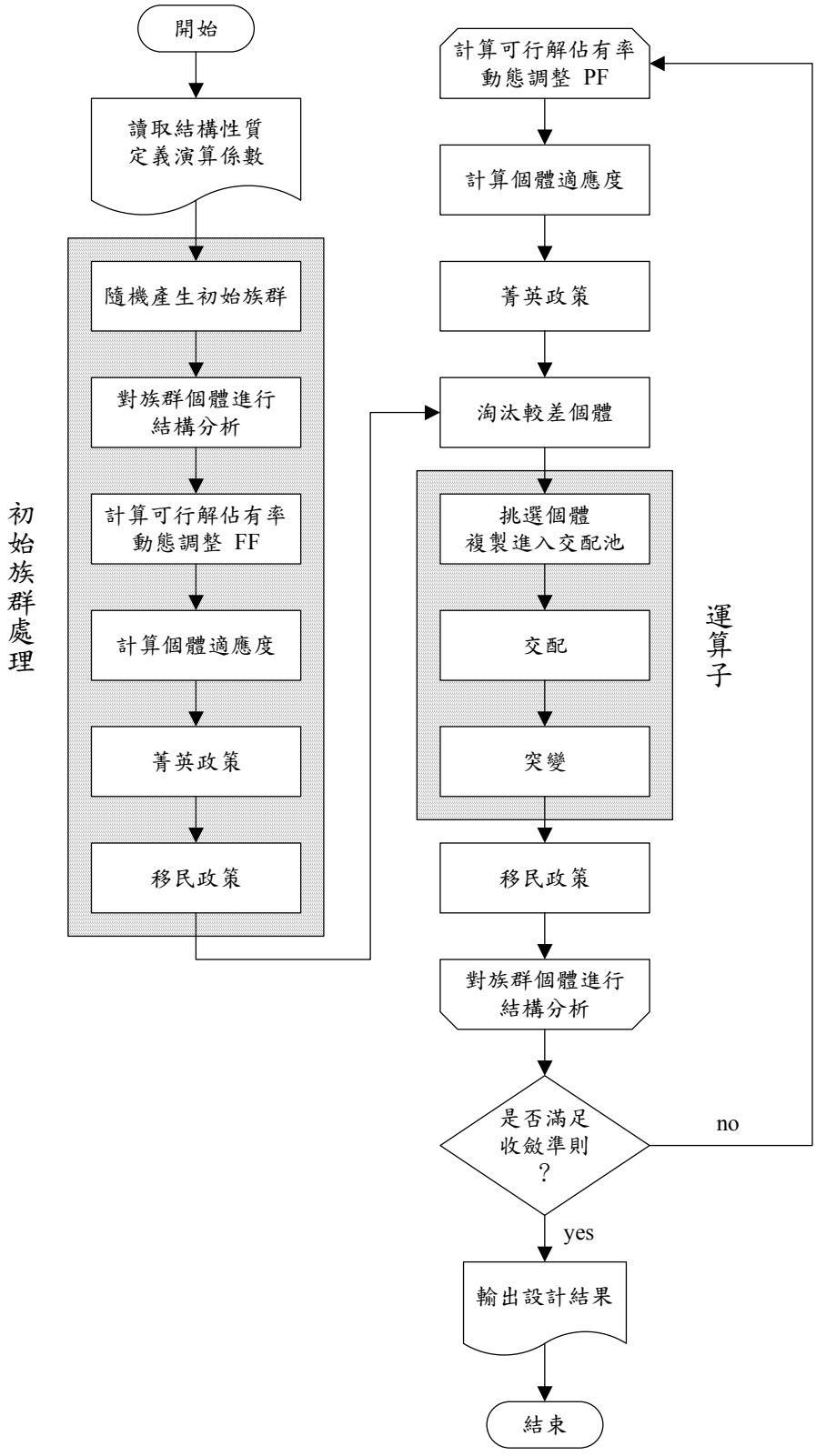
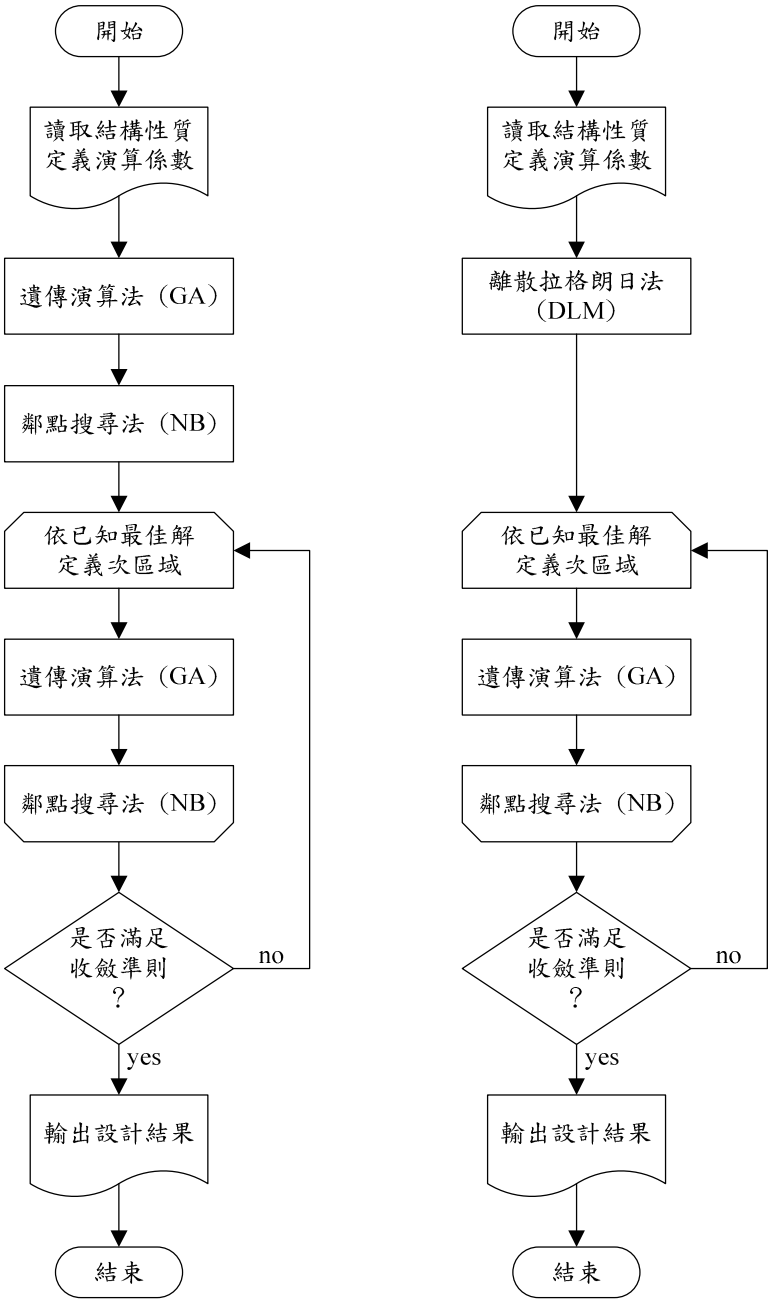

開始
讀取結構性質
定義演算係數
隨機產生初始族群
對族群個體進行
結構分析
計算可行解佔有率
動態調整 FF
計算個體適應度
菁英政策
移民政策
初始族群處理
計算可行解佔有率
動態調整 PF
計算個體適應度
菁英政策
淘汰較差個體
挑選個體
複製進入交配池
交配
突變
移民政策
對族群個體進行
結構分析
運算子
是否滿足
收斂準則
?
no
yes
輸出設計結果
結束

圖4–3　GA演算流程



(a) GA–NB流程　　(b) DLM–GA–NB 流程

圖4–4　混合演算法流程

第五章　數值計算例與參數研究

5.1　結構離散最佳化問題之目標函數與束制條件

本文以結構物總重為目標函數進行輕量化設計。假設結構物包含n_A根桿件，分別屬於n_m組獨立設計變數，即$X= (x_1, x_2, ..., x_{n_m})$，當考慮member linking時，$n_A > n_m$，否則$n_A=n_m$。則目標函數f可寫為：

$$f(A) = \sum_{i=1}^{n_A} \rho_i L_i A_i \qquad (5\text{–}1)$$

式中ρ_i、L_i和A_i分別為桿件i的單位重、長度和截面積。

獨立設計變數x_i的選擇一般以構材主要受力型態為考量，在桁架結構中，構材以受拉、受壓為主，忽略實際桁架結構可能發生的次彎矩(secondary moment)，故以桿件截面積為主要設計變數。構架中的梁或梁柱構材，或者受壓構材考慮挫屈應力束制時，因構材強度與面積二次矩有關，故過去以數學規劃法或最佳準則法進行的輕量化設計研究，常以面積二次矩作為主要設計變數，再利用面積二次矩與截面積的近似關係式，進行相關運算，例如靈敏度分析(sensitivity analysis)。但在實務上，截面積與面積二次矩並無特定之關係，例如：鋼構的型鋼斷面，截面積大的斷面其面積二次矩不見得較大，亦即撓曲強度不見得較高，因此面積二次矩與截面積的近似關係式會導致無法獲得真正的輕量化設計，或無法找到可用之離散斷面。

由於本文採用之DLM和GA的計算過程完全不需要微分，故一律以構材截面積作為主要設計變數，所有離散斷面的相關截面資料是以資料庫預先儲存，計算構材強度時，再依需要找出相關截面資料來計算。資料庫內的斷面排列順序是以截面積為依據由小到大依序建檔。

輕量化設計主要考慮的束制條件包含自由度位移束制及桿件容許應力束制：

$$\mathbf{g_j(X)=\left|\frac{\delta_j}{(\delta_{all})_{j1}}\right|-1\le 0\ ,\ j_1=1\sim n_{C1}} \qquad \textbf{(5–2a)}$$

$$\mathbf{g_j(X)=\left|\frac{\sigma_j}{(\sigma_{all})_{j2}}\right|-1\le 0\ ,\ j_1=1\sim n_{C2}} \qquad \textbf{(5–2b)}$$

式中$g_j(X)$束制函數，n_{C1}為位移束制總數，n_{C2}為應力束制總數，n_m為設計變數之個數，$(\delta_{all})_{j1}$為結構物各自由度之容許位移，$(\sigma_{all})_{j2}$為結構物各桿件之容許應力，δ_{j1}及σ_{j2}為結構之反應，分別代表自由度位移及桿件應力。

桁架結構之桿件應力(σ_{j2})僅考慮軸拉或軸壓應力，即：

$$\mathbf{\sigma_{j2}=\frac{N_{j2}}{A_{j2}}} \qquad \textbf{(5–3)}$$

式中N_{j2}為桿件軸向力，A_{j2}為桿件截面積。

為了與文獻比較，故構架算例之實際應力包含彎矩及軸力所造成之最大應力，而忽略剪力之影響，故組合應力可寫為：

$$\sigma_{j2} = \max\left(\frac{N_{j2}}{A_{j2}} \pm \frac{(M_{j2})_x}{(S_{j2})_x} \pm \frac{(M_{j2})_y}{(S_{j2})_y}\right) \qquad (5\text{–}4)$$

式中N_{j2}為桿件軸向力，A_{j2}為桿件截面積，$(M_{j2})_x$、$(M_{j2})_y$為桿件對垂直桿件走向的雙軸上之彎矩值，$(S_{j2})_x$、$(S_{j2})_y$為桿件對垂直桿件走向的雙軸上之斷面模數，檢核時是以桿件內組合應力最大值發生處做為檢核點。

5.2 測試流程介紹

表5–1為本文所使用之傳統結構設計例。本章將透過其中部份算例來測試混合演算之能力，其步驟為：

(1) 以10桿平面桁架來探討GA–NB演算時之參數，並利用校調後之策略對各算例進行設計，測試其與傳統GA之差異。
(2) 其次，使用DLM–GA–NB對132桿穹頂桁架、200桿平面桁架(II)、101桿平面桁架等大型桁架進行設計。

演算過程係採用以FORTRAN–95語言所發展之程式，於配備P4–2GHz CPU、256MB DDR–SDRAM之PC上執行，在客觀的環境下比較各算例之求解情形。

表5–1　各算例基本資料比較(依解空間大小及結構類型排序)

算例		桿件數 n_A	設計變數數 n_m	斷面資料庫組數 n_{db}	解空間	附錄
桁架	25桿空間桁架	25	8	30	6.6×10^{11}	A
	72桿空間桁架	72	16	9	1.9×10^{15}	B
	10桿平面桁架	10	10	42	1.7×10^{16}	C
	36桿空間桁架	36	21	25	2.3×10^{29}	D
	22桿平面桁架	22	22	30	3.1×10^{32}	E
	132桿穹頂桁架	132	36	9	2.3×10^{34}	F
	200桿平面桁架(II)	200	29	33	1.1×10^{44}	G
	101桿平面桁架	101	51	30	2.2×10^{75}	H
	200桿平面桁架(I)	200	96	30	6.4×10^{141}	I
構架	單跨雙層平面構架	6	4	9	6.6×10^{3}	J
	雙跨五層平面構架	25	15	14	1.6×10^{17}	K
	單跨八層平面構架	24	8	268	2.7×10^{19}	L

由於混合演算法中包含GA程序，故每次設計之結果均不相同。為了解混合演算求解之穩定性及品質，本文每次演算設計均採多次分析，計算各設計解目標函數之平均值及標準差。

標準差是用來判斷目標函數之離散程度，但其單位與目標函數相同，且各算例之目標函數平均值均不相同，為能比較混合演算法應用於各算例設計之穩定性，本文定義一無因次變異係數(Coefficient of Variation) V：

$$\mathbf{V=\frac{\sigma}{\mu}\times 100\%} \qquad \textbf{(5–5a)}$$

$$\mathbf{\sigma^2=\frac{\sum_{i=1}^{n_d}[f_i(X)-\mu]^2}{n_d}} \qquad \textbf{(5–5b)}$$

式中σ為目標函數值之標準差，μ為目標函數值之平均值，n_d為演算設計次數，$f_i(X)$為每次演算所得之最佳目標函數值。同理，本文亦

對演算所需之CPU時間、結構總分析次數、演算總迭代次數進行相同的統計分析，以判斷其穩定性。

5.3 GA–NB參數研究

本文以10桿平面桁架為例對GA–NB進行參數研究。各種參數均以GA–NB設計100次，藉由較大之統計母體以降低誤差。測試時均設定相同之參數如表5–2所示，藉由調整單一參數之方式依序對GA及NB之參數或策略進行探討。

5.3.1 參數研究：族群及菁英之多寡

本文使用多種族群及菁英多寡之組合方式進行測試，其結果如表5–3、5–4所示，顯示愈大之族群及菁英均可提升求解之品質及穩定性，但相對地亦需消耗較多之計算量，故族群及菁英大小應視問題而定。

表5–2　GA–NB參數研究所用之策略及參數值

演算法個別參數類別			策略及參數值
GA	編碼方式		強迫均勻編碼法
	族群大小N_P		10
	菁英數n_E		10
	動態懲罰函數係數	α	2
		β	0.5
	汰除率P_e		0
	選擇法		RSM
	交配法		兩點交配
	突變率		$P_M = CP_m$, $P_m = 0.1$
	移民政策		採用
	收斂準則	n_{P1}	300
		n_{P2}	100
次區域範圍n_{sb}			1
NB	B		1
	n_{CV}		1
混合演算收斂準則n_r			3

表5–3　不同族群及菁英大小對GA–NB之影響(I)

統計項目 \ 族群及菁英大小			N_P=10 n_E=5 μ (V)	N_P=10 n_E=10 μ (V)	N_P=20 n_E=10 μ (V)
CPU時間(秒)			0.596 (36.7%)	0.627 (42.6%)	0.852 (39.2%)
結構分析次數(次)			20209.6 (39.1%)	20630.9 (45.9%)	31279.3 (41.3%)
迭代次數(次)			1805.2 (38.3%)	1888.8 (45.2%)	1408.0 (40.2%)
設計結果	結構重平均值μ (lbs)		5557.956 (1.6%)	5524.574 (1.2%)	5513.554 (1.1%)
	最差解結構重(lbs)		5757.97	5756.89	5756.89
	最佳解	結構重(lbs)	5490.74	5490.74	5490.74
		求得率	53%	70%	85%

表5–4　不同族群及菁英大小對GA–NB之影響(II)

統計項目 \ 族群及菁英大小			N_P=20 n_E=20 μ (V)	N_P=30 n_E=15 μ (V)	N_P=30 n_E=30 μ (V)
CPU時間(秒)			0.859 (39.2%)	1.043 (28.7%)	1.137 (33.3%)
結構分析次數(次)			30601.2 (42.6%)	39033.7 (30.9%)	40235.5 (36.4%)
迭代次數(次)			1413.7 (41.9%)	1174.4 (30.0%)	1241.4 (35.6%)
設計結果	結構重平均值μ (lbs)		5498.934 (0.6%)	5498.381 (0.6%)	5494.151 (0.4%)
	最差解結構重(lbs)		5685.99	5685.99	5658.80
	最佳解	結構重(lbs)	5490.74	5490.74	5490.74
		求得率	92%	92%	93%

5.3.2　參數研究：編碼方式

本文使用EDM及強迫均勻編碼兩種編碼法進行測試，其結果如表5–5所示，強迫均勻編碼法較EDM僅多耗費約12.4%之計算量(CPU時間)，但求得最佳設計之機率卻明顯增高，故使用強迫均勻編碼法較為有利。

表5–5　不同編碼方式對GA–NB之影響

統計項目 \ 編碼方式			EDM μ (V)	強迫均勻編碼法 μ (V)
CPU時間(秒)			0.588 (33.3%)	0.627 (42.6%)
結構分析次數(次)			18019.3 (35.6%)	20630.9 (45.9%)
迭代次數(次)			1680.2 (36.3%)	1888.8 (45.2%)
設計結果	結構重平均值μ (lbs)		5551.533 (1.8%)	5524.574 (1.2%)
	最差解結構重(lbs)		5880.38	5756.89
	最佳解	結構重(lbs)	5490.74	5490.74
		求得率	59%	70%

5.3.3 參數研究：動態懲罰函數之係數β

本文使用三種動態懲罰函數之係數β = 0.1, 0.5, 0.9進行測試，其結果如表5–6所示，因為族群大小N_P極小，故使用過高或過低之β值均可能使GA世代可行解與不可行解之分佈失衡，故取β=0.5應為較妥當之作法，當族群大小N_P較高時再行調整β值才較具實質意義與幫助。

表5–6　動態懲罰函數之係數β對GA–NB之影響

動態懲罰函數係數β / 統計項目			β = 0.1 μ (V)	β = 0.5 μ (V)	β = 0.9 μ (V)
CPU時間(秒)			0.627 (38.5%)	0.627 (42.6%)	0.669 (37.7%)
結構分析次數(次)			20316.9 (40.2%)	20630.9 (45.9%)	22069.7 (39.8%)
迭代次數(次)			1903.4 (40.1%)	1888.8 (45.2%)	1935.4 (39.1%)
設計結果	結構重平均值μ (lbs)		5530.913 (1.3%)	5524.574 (1.2%)	5554.130 (2.6%)
	最差解結構重(lbs)		5880.28	5756.89	6767.30
	最佳解	結構重(lbs)	5490.74	5490.74	5490.74
		求得率	52%	70%	55%

由圖5–1~5–3中看出：GA–NB每代可行解佔有率即在β值間來回震盪，當佔有率低於β值時r_P值將增加以促使更多個體進入可行區，當佔有率高於β值時r_P值將降低以使可行區中個體減少。因參數研究時設定族群大小N_P較小，故震盪情形較為嚴重；當N_P較大時則更能反應出β值對可行解佔有率之控制能力(張慰慈、莊德興，2002)。

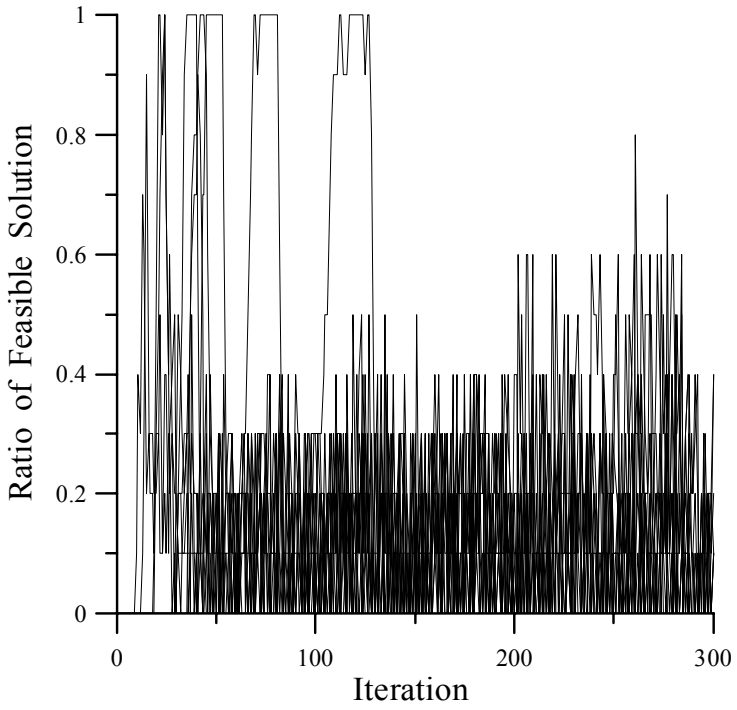


圖5–1　動態懲罰函數之係數β＝0.1對GA–NB可行解佔有率之影響

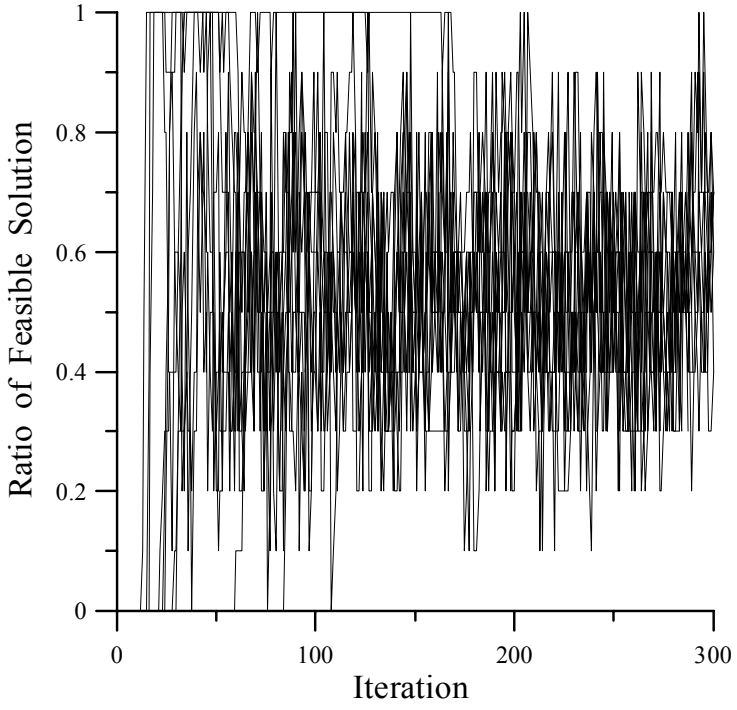


圖5–2　動態懲罰函數之係數β＝0.5對GA–NB可行解佔有率之影響

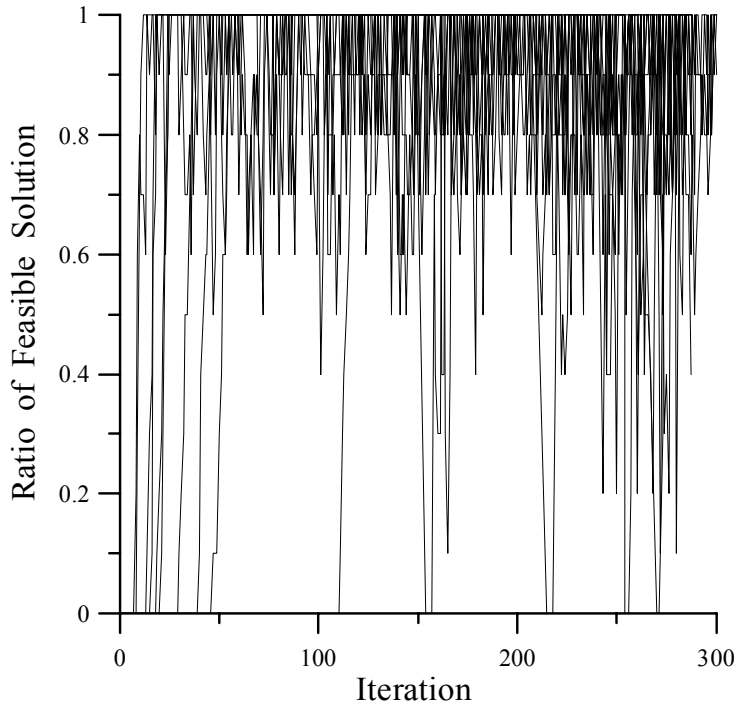


圖5–3　動態懲罰函數之係數β＝0.9對GA–NB可行解佔有率之影響

5.3.4　參數研究：汰除率P_e

在其他參數設定不變下(表5–2)，本文使用三種汰除率P_e=0、0.1、0.2進行測試，其結果如表5–7所示，三種P_e之差異性並不大，但本例所使用族群數P_e均較小，故使用汰除率可能造成族群演算個體不足之隱憂，在此仍建議在小族群時不使用汰除率。

表5–7　汰除率P_e對GA–NB之影響

統計項目 \ 汰除率			$P_e = 0$ μ (V)	$P_e = 0.1$ μ (V)	$P_e = 0.2$ μ (V)
CPU時間(秒)			0.627 (42.6%)	0.632 (38.3%)	0.612 (40.9%)
結構分析次數(次)			20630.9 (45.9%)	20566.4 (40.7%)	19759.5 (44.8%)
迭代次數(次)			1888.8 (45.2%)	1883.2 (40.2%)	1810.5 (44.0%)
設計結果	結構重平均值μ (lbs)		5524.574 (1.2%)	5531.200 (1.4%)	5529.617 (1.3%)
	最差解 (lbs)		5756.89	5696.87	5751.53
	最佳解	結構重(lbs)	5490.74	5490.74	5490.74
		求得率	70%	71%	69%

5.3.5　參數研究：選擇法

採用WSM與RSM兩種選擇法分別進行測試的結果如表5–8所示。WSM較為節省所需之計算量，且求得最佳解之機率較高，惟穩定性較RSM略差。本處設計時GA之收斂準則為N_{P1}=300、N_{P2}=100，若計算較久可能會出現族群中個體之適應函數值過於接近以致無法判定解之優劣，故仍建議使用RSM作為GA演算時之選擇法。

表5–8　各種選擇法對GA–NB之影響

統計項目 \ 選擇法			WSM μ (V)	RSM μ (V)
CPU時間(秒)			0.613 (36.1%)	0.627 (42.6%)
結構分析次數(次)			18910.0 (39.7%)	20630.9 (45.9%)
迭代次數(次)			1712.1 (39.0%)	1888.8 (45.2%)
設計結果	結構重平均值μ (lbs)		5529.283 (1.5%)	5524.574 (1.2%)
	最差解結構重(lbs)		5885.44	5756.89
	最佳解	結構重(lbs)	5490.74	5490.74
		求得率	74%	70%

5.3.6　參數研究：交配法

本例分別使用三種選擇法：單點交配法、兩點交配法、均勻交配法再度進行測試，其結果如表5–9所示，均勻交配將較多計算量(CPU時間)，且兩點交配求得最佳解之機率較大，故本文中均採用兩點交配法。

表5–9　各種交配法對GA–NB之影響

統計項目 \ 交配法			單點交配 μ (V)	兩點交配 μ (V)	均勻交配 μ (V)
CPU時間(秒)			0.613 (41.4%)	0.627 (42.6%)	0.661 (37.1%)
結構分析次數(次)			20036.7 (45.0%)	20630.9 (45.9%)	21002.7 (40.3%)
迭代次數(次)			1833.0 (44.3%)	1888.8 (45.2%)	1903.6 (39.5%)
設計結果	結構重平均值μ (lbs)		5525.941 (1.2%)	5524.574 (1.2%)	5541.439 (2.2%)
	最差解結構重(lbs)		5722.33	5756.89	6492.54
	最佳解	結構重(lbs)	5490.74	5490.74	5490.74
		求得率	66%	70%	60%

5.3.7 參數研究：突變率一致性C

本例以突變率一致性因子C使用與否進行測試，其結果如表5–10所示，可明顯看出使用突變率不考量一致性在內時，求得最佳解之機率明顯地下降，求解之穩定性亦較差，故使用一致性因子C不僅較為合理，且對求解之幫助較大。

表5–10　突變率一致性C對GA–NB之影響

突變考量 / 統計項目			不考量一致性 $P_M=P_m$	考量一致性 $P_M=CP_m$
CPU時間(秒)			0.639 (36.3%)	0.627 (42.6%)
結構分析次數(次)			20699.2 (38.8%)	20630.9 (45.9%)
迭代次數(次)			1907.7 (38.3%)	1888.8 (45.2%)
設計結果	結構重平均值μ (lbs)		5557.442 (1.7%)	5524.574 (1.2%)
	最差解結構重(lbs)		6575.96	5756.89
	最佳解	結構重(lbs)	5490.74	5490.74
		求得率	55%	70%

5.3.8 參數研究：突變率

四種不同突變率(P_m=0.05、0.1、0.15、0.2)的測試結果如表5–11所示，突變率較低顯然無法達到有效打散族群之效果，致使求得最佳解之機率較低，P_m=0.1、0.15、0.2並會有太大之差異，但因使用強迫編碼法的緣故，若面臨較大型問題時，過大之突變率可能會徒增計算量之耗費，加以本文所用之GA策略已考慮移民政策在內，故突變率毋需取用過大，建議採用P_m=0.1即可。

表5–11　突變率對GA–NB之影響

統計項目 \ 突變率			P_m=0.05	P_m=0.1	P_m=0.15	P_m=0.2
CPU時間(秒)			0.727 (40.8%)	0.627 (42.6%)	0.564 (30.7%)	0.573 (33.4%)
結構分析次數(次)			24412.2 (43.0%)	20630.9 (45.9%)	18234.0 (33.6%)	18186.4 (35.7%)
迭代次數(次)			2186.1 (42.4%)	1888.8 (45.2%)	1695.4 (33.3%)	1711.6 (35.7)
設計結果	結構重平均值μ (lbs)		5541.613 (1.4%)	5524.574 (1.2%)	5525.09 (1.2%)	5527.32 (1.3%)
	最差解結構重(lbs)		5719.59	5756.89	5751.92	5751.92
	最佳解	結構重(lbs)	5490.74	5490.74	5490.74	5490.74
		求得率	66%	70%	70%	71%

5.3.9　參數研究：移民政策

本文針對使用移民政策與否進行測試，其結果如表5–12所示，可明顯看出使用不使用移民政策族群求得最佳解之機率將下降，求解之穩定性亦較差，結構分析次數與CPU時間降低是因為族群過度早熟所致，故使用移民政策對小族群顯然有極大之助益。

表5–12　移民政策對GA–NB之影響

統計項目 \ 移民政策			不使用移民政策 μ (V)	使用移民政策 μ (V)
CPU時間(秒)			0.592 (39.8%)	0.627 (42.6%)
結構分析次數(次)			18898.3 (42.2%)	20630.9 (45.9%)
迭代次數(次)			1836.1 (42.1%)	1888.8 (45.2%)
設計結果	結構重平均值μ (lbs)		5553.769 (1.7%)	5524.574 (1.2%)
	最差解結構重(lbs)		5775.68	5756.89
	最佳解	結構重(lbs)	5490.74	5490.74
		求得率	54%	70%

5.3.10 參數研究：NB鄰點間距b

為了確保可以獲得較佳之CLM，本文針對NB鄰點間距b之影響進行測試，其結果如表5–13所示，單獨設定b時理論上應可使NB更為嚴謹，經測試可看出大致之趨勢為：b之增加確可降低結構分析次數以增進求解之效率，但穩定性卻可能因此降低。在對中、大型結構進行演算時，仍建議應採用b=3~4來幫助GA確定其收斂性為宜。

表5–13　鄰點間距b對GA–NB之影響

統計項目 \ 鄰點間距b			b=1	b=2	b=3	b=4
CPU時間(秒)			0.627 (42.6%)	0.583 (40.0%)	0.595 (37.7%)	0.598 (37.7%)
結構分析次數(次)			20630.9 (45.9%)	18998.7 (44.4%)	19586.5 (38.6%)	19593.5 (41.1%)
迭代次數(次)			1888.8 (45.2%)	1716.6 (43.7%)	1746.6 (38.0%)	1725.4 (40.0%)
設計結果	結構重平均值μ (lbs)		5524.574 (1.2%)	5536.165 (1.3%)	5532.165 (1.4%)	5545.981 (1.7%)
	最差解結構重(lbs)		5756.89	5756.89	5775.68	5896.68
	最佳解	結構重 (lbs)	5490.74	5490.74	5490.74	5490.74
		求得率	70%	63%	71%	68%

5.3.11 參數研究：NB合向量n_{CV}

使用NB時，若採用合向量移動策略，則n_{CV}之影響有必要進一步觀察，故本研究再度針對n_{CV}進行測試，其結果如表5–14所示。單獨設定n_{CV}時理論上應可加速NB之移動速度，但經測試也發現解之穩定性可能受到影響，此一現象與第二章討論DLM之合向量n_{CV}時之結論類似。故建議不應取太大之n_{CV}值。本算例之設計變數為10個，

故取n_{CV}=3~4或許已屬偏高，中、大型結構往往具有較多之設計變數，此時n_{CV}才能發揮其效果，故本文於之後對諸算例的測試將採用n_{CV}=4進行演算設計。

表5–14　合向量n_{CV}對GA–NB之影響

統計項目 \ 合向量n_{cv}			n_{cv}=1	n_{cv}=2	n_{cv}=3	n_{cv}=4
CPU時間(秒)			0.627 (42.6%)	0.563 (31.4%)	0.583 (41.7%)	0.637 (38.4%)
結構分析次數(次)			20630.9 (45.9%)	17959.2 (33.9 %)	18951.5 (44.6%)	20713.0 (41.3%)
迭代次數(次)			1888.8 (45.2%)	1650.5 (33.4%)	1736.7 (43.9%)	1898.4 (40.6%)
設計結果	結構重平均值μ (lbs)		5524.574 (1.2%)	5528.482 (1.4%)	5549.928 (2.4%)	5537.667 (1.4%)
	最差解結構重(lbs)		5756.89	5880.28	6522.98	5719.59
	最佳解	結構重(lbs)	5490.74	5490.74	5490.74	5490.74
		求得率	70%	67%	68%	67%

5.3.12　參數研究：NB鄰點間距b配合合向量n_{CV}

本研究亦針對NB鄰點間距b及合向量n_{CV}同時使用之影響進行測試，其結果如表5–15所示。同時增加兩種參數之結果可降低設計所需之CPU時間及結構分析次數，對最佳解之求得率也有些許之助益。經由此一測試，本文後續對諸算例之NB部份均採用b=4、n_{CV}=4來進行設計。

表5–15　鄰點間距b及合向量n_{CV}同時使用對GA–NB之影響

統計項目 \ 鄰點間距b 合向量n_{cv}			b=1 n_{cv}=1	b=2 n_{cv}=2	b=3 n_{cv}=3	b=4 n_{cv}=4
CPU時間(秒)			0.627 (42.6%)	0.587 (36.3%)	0.626 (37.0%)	0.598 (35.0%)
結構分析次數(次)			20630.9 (45.9%)	19400.9 (39.0%)	20717.0 (40.6%)	19915.5 (38.4%)
迭代次數(次)			1888.8 (45.2%)	1755.4 (38.3%)	1847.2 (39.6%)	1758.8 (37.4%)
設計結果	結構重平均值μ (lbs)		5524.574 (1.2%)	5544.199 (1.9%)	5522.333 (1.2%)	5525.476 (1.2%)
	最差解結構重(lbs)		5756.89	6291.26	5751.92	5757.97
	最佳解	結構重 (lbs)	5490.74	5490.74	5490.74	5490.74
		求得率	70%	68%	74%	70%

5.4　GA–NB設計結果

依5.4節所使用之GA–NB策略，測試諸算例(含之前用以測試GA之10桿平面桁架、22桿空間桁架、36桿空間桁架)，可印證GA–NB之演算模式相較於GA之優點及對各種算例之可行性。

5.4.1　10桿平面桁架

前述用以進行參數研究之10桿平面桁架算例，在以GA–NB配合表5–16之參數設計之結果及與文獻之比較如表5–17~5–18、圖5–4及附錄C.2所示。

表5–16　GA–NB對10桿平面桁架設計所用參數

演算法個別參數類別			策略及參數值
GA	編碼方式		強迫均勻編碼法
	族群大小N_P		10
	菁英數n_E		10
	動態懲罰函數係數	α	2
		β	0.5
	汰除率P_e		0
	選擇法		RSM
	交配法		兩點交配
	突變率		$P_M = CP_m$, $P_m = 0.1$
	移民政策		採用
	收斂準則	n_{P1}	300
		n_{P2}	100
次區域範圍n_{sb}			1
NB	B		4
	n_{CV}		4
混合演算收斂準則n_r			3

表5–17　10桿平面桁架以GA–NB設計結果

統計項目			平均值μ	變異係數V
CPU時間(秒)			0.598	35.0%
結構分析次數(次)			19915.5	38.4%
迭代次數(次)			1758.8	37.4%
設計結果	結構重平均值μ (lbs)		5525.476	1.2%
	最差解結構重(lbs)		5757.97	
	最佳解	結構重(lbs)	5490.74	
		求得率	70%	
		$(g_j)_{max}$	$g_{\delta 4} = -5.2875\times10^{-4}$	
		最大位移	$\delta_4 = -1.999$ in	
		最大應力	$\sigma_5 = 14.197$ ksi	

與3.3.1節之數據相較，可發現前述GA演算程序與GA–NB在求解的表現上有著極大的差異：GA非但所需族群(N_P=300，n_E=30)相當大，且平均約進行12萬次的結構分析才能找到最佳解5490.74 lbs (機率為30%)；而GA–NB使用之族群則小得多(N_P=10，n_E=10)，平均

進行約2萬次的結構分析、找到最佳解之機率高達70%，求解之穩定性也提高許多(變異係數由原本的1.2%下降至0.3%)。由此例可瞭解GA–NB所需之運算量僅僅為第三章所述GA策略的15%左右，若進一步將求得最佳解之機率因素考量在內，GA–NB所需之運算量僅為GA之6%~7%，程式記憶體之需求更降低至原有的3%，對於GA最為人所詬病的高運算量及記憶體需求等問題，GA–NB已提供一種有效的改良模式。

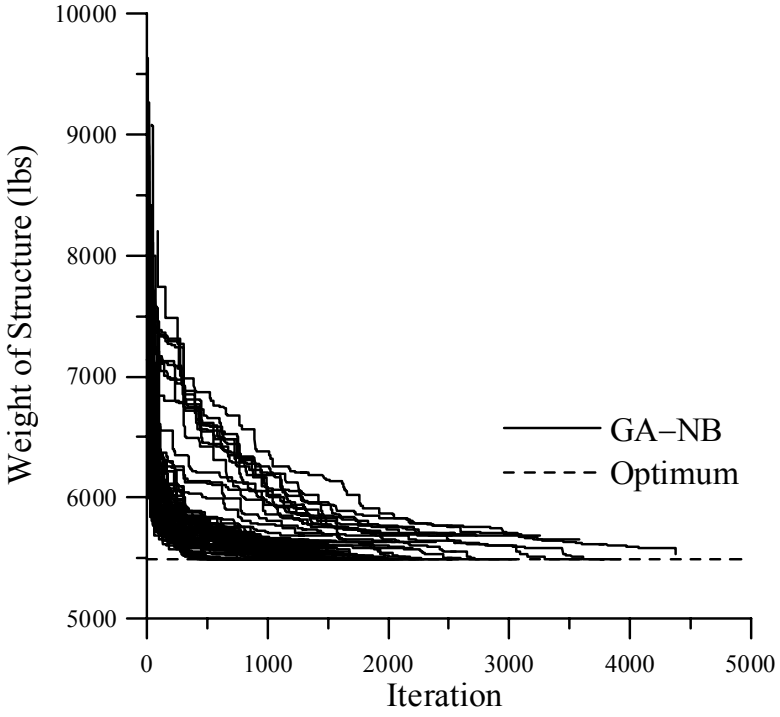


圖5–4　10桿平面桁架以GA–NB設計之結果(100次設計結果)

表5–18　10桿平面桁架以GA設計結果與文獻之比較

演算法	結構重		max{g_j}
	lbs	N	
Rajeev and Krishnamoorthy (1992)	5613.58	25001	3.7611×10^{-4}
Cai and Thiereut (1993)	5491.72	24459	-9.4247×10^{-4}
Coello, et al. (1994)	5586.59	24881	Not available
Galante (1996)	5458.34	24310	6.1339×10^{-3}
Camp, et al. (1998)	5556.90	24749	Not available
Ponterosso and Fox (1999)	5528.09	24621	Not available
Nanakorn and Meesomklin (2001)	5499.35	24493	-2.0882×10^{-3}
Tong and Liu (2001)	5491.72	24459	-9.4247×10^{-4}
DLM	5490.74	24454	-5.2875×10^{-4}
GA	5490.74	24454	-5.2875×10^{-4}
GA–NB	5490.74	24454	-5.2875×10^{-4}

5.4.2　25桿空間桁架

此例曾在第二章中以DLM進行設計，今再以GA–NB配合表5–19之參數進行設計，其詳細設計結果及與文獻之比較可參照表5–20~5–21、圖5–5及附錄A.3。

由設計結果可發現：雖然本算例GA–NB和DLM相較下需要約18倍的結構分析次數及CPU時間，但卻有機會能找到較DLM更佳的解(484.85 lbs)；當然，這並不表示DLM求解能力較差，而是顯示DLM在未仔細調整參數之情形下確有可能較難得最佳解；此時使用GA–NB確可發揮其全域搜尋之能力。

表5–19　GA–NB對25桿空間桁架設計所用參數

演算法個別參數類別			策略及參數值
GA	編碼方式		強迫均勻編碼法
	族群大小N_P		30
	菁英數n_E		30
	動態懲罰函數係數	α	2
		β	0.5
	汰除率P_e		0
	選擇法		RSM
	交配法		兩點交配
	突變率		$P_M = CP_m$, $P_m = 0.1$
	移民政策		採用
	收斂準則	n_{P1}	300
		n_{P2}	100
次區域範圍n_{sb}			1
NB	B		4
	n_{CV}		4
混合演算收斂準則n_r			3

表5–20　25桿空間桁架以GA–NB設計結果

統計項目			平均值μ	變異係數V
CPU時間(秒)			1.894	27.2%
結構分析次數(次)			18198.4	29.0%
迭代次數(次)			552.6	27.2%
設計結果	結構重平均值μ (lbs)		485.826	0.2%
	最差解結構重(lbs)		489.16	
	最佳解	結構重(lbs)	484.85	
		求得率	10%	
		$(g_j)_{max}$	$g_{\delta 2} = -6.3845\times10^{-4}$	
		最大位移	$\delta_2 = -0.350$ in	
		最大應力	$\sigma_{24} = -6.123$ ksi	

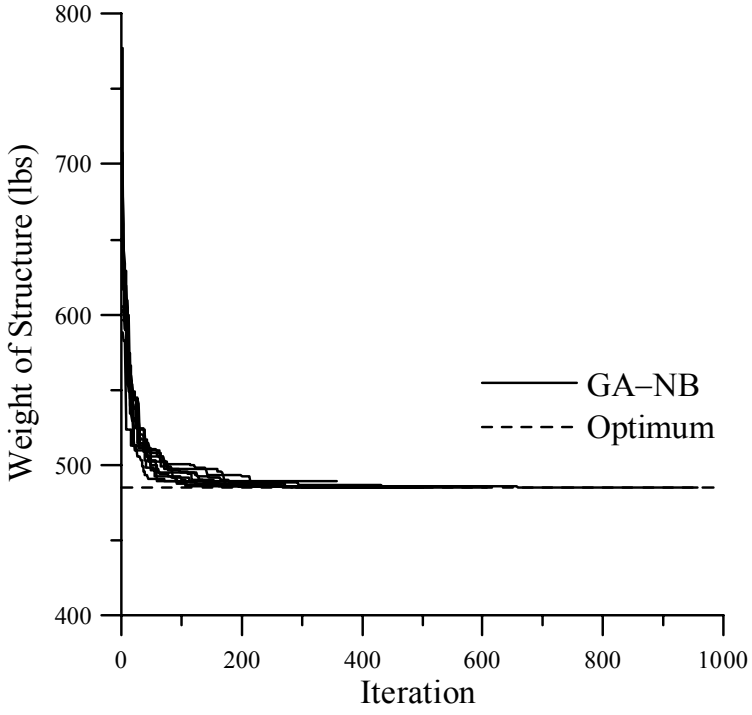


圖5–5　25桿空間桁架以GA–NB設計之結果

表5–21　25桿空間桁架以GA–NB設計結果與文獻之比較

演算法	結構重		max{g_j}
	lbs	N	
Duan (1986)	562.93	2507.14	Not available
Rajeev and Krishnamoorthy (1992)	546.01	2431.80	-5.2647×10^{-3}
Cai and Thiereut (1993)	487.41	2170.78	-2.3663×10^{-3}
Wu and Chow (1995a)	491.72	2189.98	-1.1178×10^{-3}
Wu and Chow (1995b)	491.72	2189.98	-1.1178×10^{-3}
Ponterosso and Fox (1999)	490.87	2186.21	Not available
Erbatur, et al. (2000)	493.80	2199.26	-1.7873×10^{-4}
DLM	486.80	2161.41	-1.3477×10^{-3}
GA–NB	484.85	2159.45	-6.3845×10^{-4}

5.4.3 72桿空間桁架

圖5–6所示之結構亦為文獻中常用之算例(Sun, et al., 1995; Erbatur, et al., 2000; 吳泳達，2003)，詳細設計資料可參閱表5–22及附錄B.1。

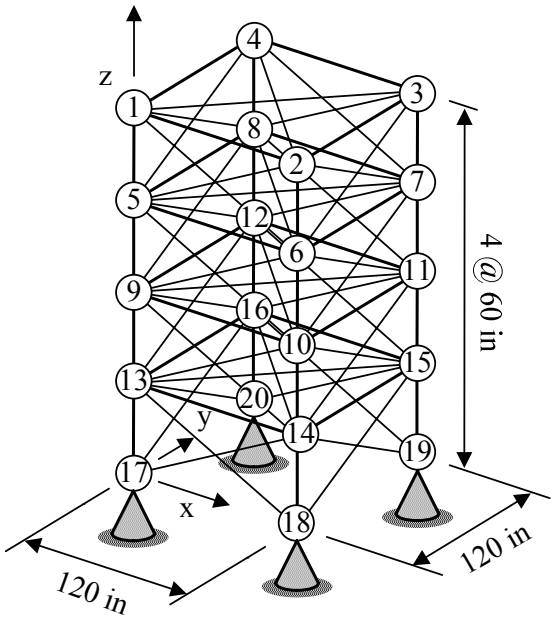


圖5–6　72桿空間桁架

表5–22　72桿空間桁架設計資料

材料性質		彈性模數E = 1.0×10^4 ksi (69033.11 MPa) 單位體積重量ρ = 0.1 lbs/in^3 (0.0272 N/cm^3)
束制條件	節點位移	各節點於x、y方向之容許位移$\delta_{all}=\pm0.25$ in (±0.635 cm)
	構件應力	所有桿件之容許應力$\sigma_{all}=\pm25$ ksi (±172.58 MPa)

本例以GA–NB配合表5–19參數演算設計後，其詳細結果及與文獻之比較如表5–23~5–24及圖5–7附錄B.2。由表5–24的比較可知，雖

然DLM的求解品質不錯，但並非最佳。GA–NB則可獲得更低之總重，但必須花較長的計算時間。

表5–23　72桿空間桁架以GA–NB設計結果

統計項目				平均值μ	變異係數V
CPU時間(秒)				25.888	24.4%
結構分析次數(次)				23649.9	24.2%
迭代次數(次)				736.9	23.6%
設計結果	結構重平均值μ (lbs)			388.294	0.1%
	最差解結構重(lbs)			389.35	
	最佳解	結構重(lbs)		388.08	
		求得率		80%	
		$(g_j)_{max}$		載重1：$g_{d2} = -3.0911\times10^{-4}$	
		最大位移	載重1	$\delta_1 = \delta_2 = 0.250$ in	
			載重2	$\delta_3 = \delta_6 = \delta_9 = \delta_{12} = -0.227$ in	
		最大應力	載重1	$\sigma_1 = -13.282$ ksi	
			載重2	$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = -20.467$ ksi	

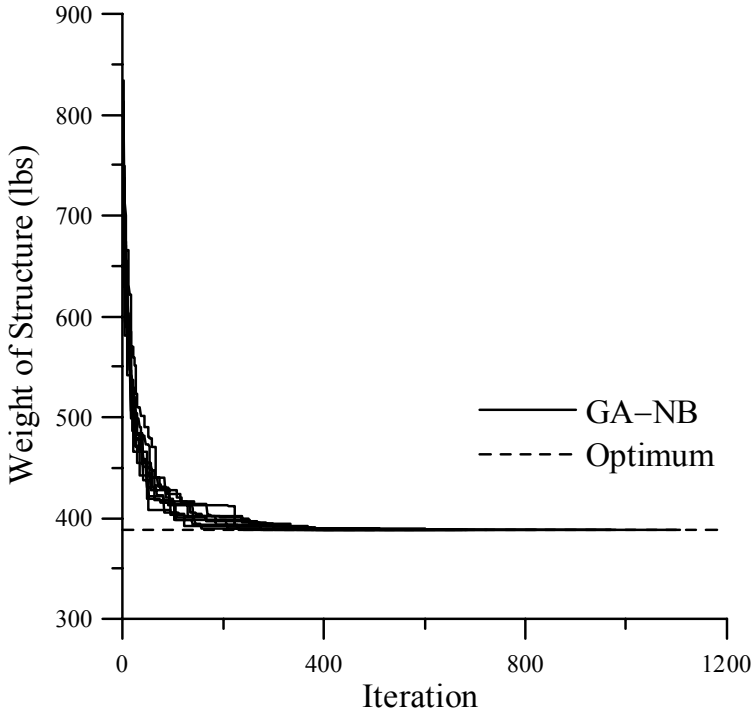


圖5–7　72桿空間桁架以GA–NB設計之結果

表5–24　72桿空間桁架以GA–NB設計結果與文獻之比較

演算法	結構重		max{g_j}	備註
	lbs	N		
Sun, et al. (1995)	390.34	1738.48	-8.4571×10^{-3}	離散解
Erbatur, et al. (2000)	383.12	1706.32	Not available	連續解
吳泳達(2003): DLM	388.94	1732.22	-9.5528×10^{-4}	離散解
GA–NB	388.08	1728.41	-3.0911×10^{-4}	離散解

5.4.4　36桿空間桁架

5.3.2節述及之36桿空間桁架以GA設計時效果不佳，在此再以GA–NB進行設計，所使用之參數(表5–25)大致與前述相同，僅族群大小N_P及菁英數n_E較大，設計結果及與文獻之比較可參考表5–26~5–27、圖5–8及附錄D.3。與原GA相較，GA–NB設計之結構重可下降約4.1%，所耗費之CPU時間及結構分析次數亦大幅降低為原本的三分之一，明顯可看出GA在策略改良後情形。

表5–25　GA–NB對36桿空間桁架設計所用參數

演算法個別參數類別			策略及參數值
GA	編碼方式		強迫均勻編碼法
	族群大小N_P		30
	菁英數n_E		30
	動態懲罰函數係數	α	2
		β	0.5
	汰除率P_e		0
	選擇法		RSM
	交配法		兩點交配
	突變率		$P_M = CP_m$, $P_m = 0.1$
	移民政策		採用
	收斂準則	n_{P1}	300
		n_{P2}	100
次區域範圍n_{sb}			1
NB	B		4
	n_{CV}		4
混合演算收斂準則n_r			3

表5–26　36桿空間桁架以GA–NB設計結果

統計項目				平均值μ	變異係數V
CPU時間(秒)				8.884	27.7%
結構分析次數(次)				35853.9	28.4%
迭代次數(次)				1107.5	28.4%
設計結果	結構重平均值μ (lbs)			36171.348	0.7%
	最差解結構重(lbs)			36837.35	
	最佳解	結構重(lbs)		35937.35	
		求得率		20%	
		$(g_j)_{max}$		載重2：$g_{d20} = -4.2129\times10^{-4}$	
		最大位移	載重1	$\delta_{21} = -1.994$ in	
			載重2	$\delta_{20} = 1.999$ in	
		最大應力	載重1	$\sigma_3 = -8.015$ ksi	
			載重2	$\sigma_{20} = -3.064$ ksi	

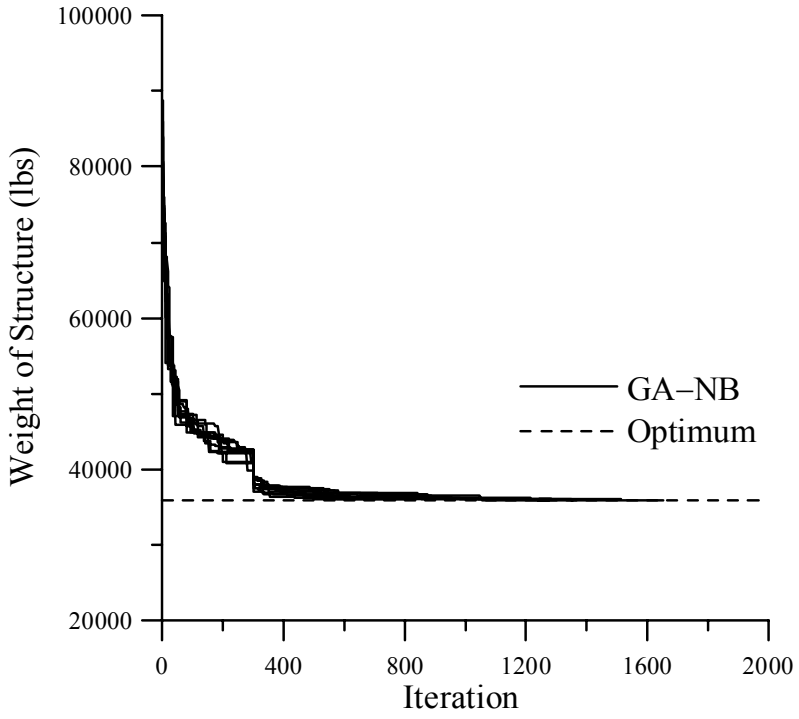


圖5–8　36桿空間桁架以GA–NB設計之結果

表5–27　36桿空間桁架以GA–NB設計結果與文獻之比較

演算法	結構重		max{g_j}
	lbs	N	
Ringertz(1988): Global optimum	35937.35	160056	-4.2033×10^{-4}
Ringertz(1988): B&B	36117.35	160856	-3.4602×10^{-3}
Ringertz(1988): Generalized Lagrangian	36328.23	161796	-2.0363×10^{-3}
Groenwold, et al.(1999): R–GA	35937.35	160056	-4.2033×10^{-4}
吳泳達(2003): DLM	35937.35	160056	-4.2033×10^{-4}
GA	37470.00	166882	-1.6204×10^{-3}
GA–NB	35937.35	160056	-4.2033×10^{-4}

5.4.5 22桿平面桁架

本例在5.3.3節中曾以GA進行設計，今同樣再以GA–NB進行測試演算，使用之參數同表5–25，設計後之結果及與文獻之比較如表5–28、5–29、圖5–9及附錄E.3所示。

表5–28　22桿平面桁架以GA–NB設計結果

統計項目			平均值μ	變異係數V
CPU時間(秒)			3.088	2.1%
結構分析次數(次)			20382.5	1.5%
迭代次數(次)			603.5	1.5%
設計結果	結構重平均值μ		523.538	0
	最差解結構重(lbs)		523.54	
	最佳解	結構重(lbs)	523.54	
		求得率	100%	
		$(g_j)_{max}$	$g_{\sigma 18} = -1.6854 \times 10^{-3}$	
		最大位移	$\delta_{22} = -1.626$ in	
		最大應力	$\sigma_{17} = \sigma_{18} = \sigma_{19} = \sigma_{20} = \sigma_{21} = \sigma_{22} = 21.564$ ksi	

與原GA相較，GA–NB設計之結構重可下降約12.9%，找到全域最佳解523.54 lbs，所耗費之CPU時間及結構分析次數僅需原本的五分之一，顯示其在效率的增進上相當驚人。另由圖5–9可發現GA於300代時完成的第一次設計點均非局部最佳解，接續之NB隨即迅速將GA演算之成果導至全域最佳解523.54 lbs，故本例中每次GA–NB均能收斂至同一點，證明以NB來輔助GA進行收斂有極大之助益。

表5–29　22桿平面桁架以GA–NB設計結果與文獻之比較

演算法	結構重		max{g_j}
	lbs	N	
Erbatur, et al. (2000)	546.81	2435.37	-1.6943×10^{-3}
Juang,et al. (2003): DLM	523.54	2333.70	-1.6854×10^{-3}
吳泳達(2003): DLM	523.54	2333.70	-1.6854×10^{-3}
GA	601.40	2678.48	-1.6786×10^{-3}
GA–NB	523.54	2333.70	-1.6854×10^{-3}

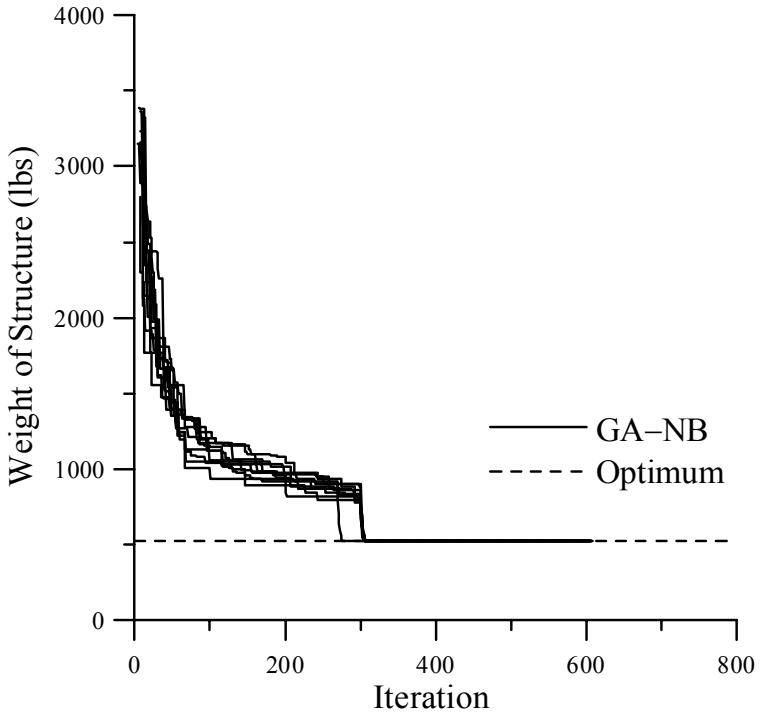


圖5–9　22桿平面桁架以GA–NB設計之結果

5.4.6　132桿穹頂桁架

圖5–10之算例亦常為文獻所引用(Kavile and Powell, 1971; Salajegheh and Vanderplaats, 1993; Salajegheh and Salajegheh, 2002; 吳

泳達，2003)，結構各節點分佈於一球面上，並同時對x及y軸對稱分為36個獨立設計變數，詳細設計資料請參閱附錄F.1及表5–30。

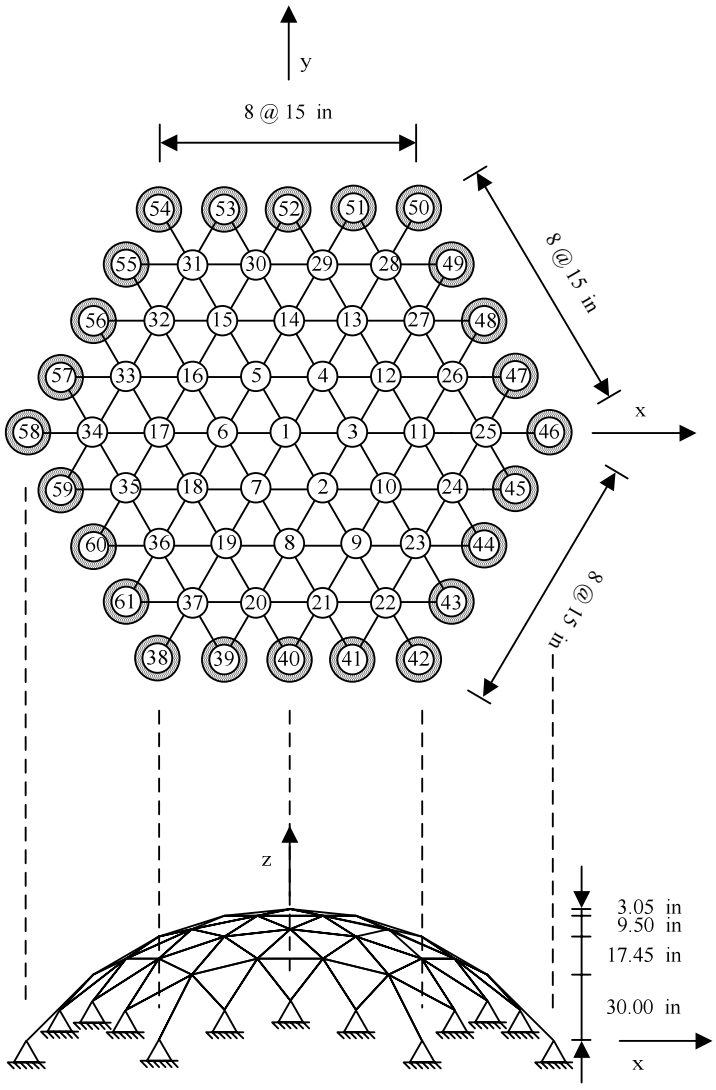


圖5–10　132桿穹頂桁架

表5–30　132桿穹頂桁架設計資料

材料性質		彈性模數E = 9798.19 ksi (67639.95 MPa) 單位體積重量ρ = 0.1 lbs/in^3 (0.0272 N/cm^3)
束制條件	節點位移	各節點於各方向之容許位移為δ_{all}=±0.1 in (±0.254 cm)
	構件應力	所有桿件之容許應力為σ_{all}=±24.5 ksi (±169.13 MPa)

本例以GA–NB配合表5–31之參數演算設計後之結果及與文獻之比較如表5–32、5–35、圖5–11及附錄F.2所示，其結果與文獻相較下可看出GA–NB求能力之優異性。雖然Salajegheh and Salajegheh(1993)可以獲得較低重量，但其所得之解均為不可行解，本研究所得之解則一定是可行解。

表5–31　GA–NB對132桿穹頂桁架設計所用參數

演算法個別參數類別			策略及參數值
GA	編碼方式		強迫均勻編碼法
	族群大小N_P		100
	菁英數n_E		10
	動態懲罰函數係數	α	2
		β	0.5
	汰除率P_e		0
	選擇法		RSM
	交配法		兩點交配
	突變率		$P_M = CP_m$, $P_m = 0.1$
	移民政策		採用
	收斂準則	n_{P1}	500
		n_{P2}	100
次區域範圍n_{sb}			1
NB	b		4
	n_{CV}		4
混合演算收斂準則n_r			3

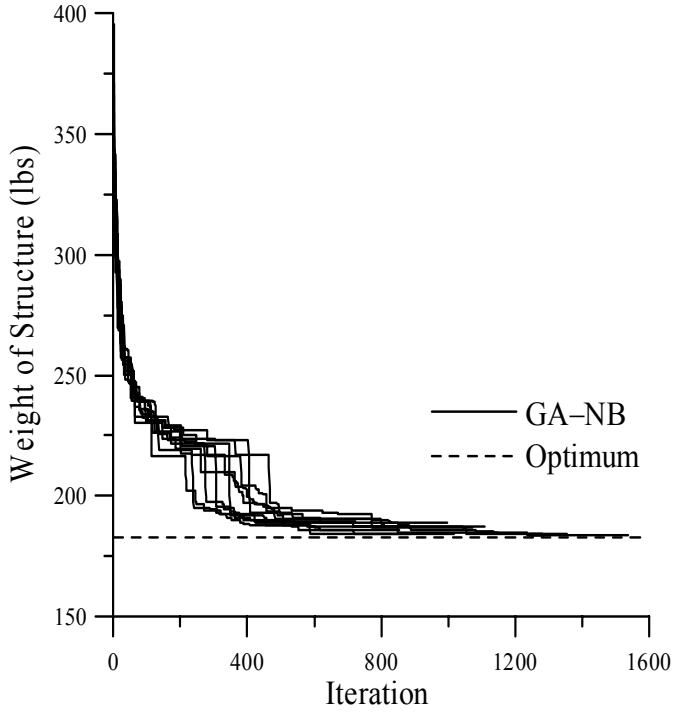


圖5–11　132桿穹頂桁架以GA–NB設計之結果

表5–32　132桿穹頂桁架以GA–NB設計結果

統計項目				平均值μ	變異係數V
CPU時間(秒)				1505.177	21.2%
結構分析次數(次)				109362.1	21.1%
迭代次數(次)				1070.3	21.3%
設計結果	結構重平均值μ (lbs)			186.017	1.0%
	最差解結構重(lbs)			189.47	
	最佳解	結構重(lbs)		183.93	
		求得率		10%	
		$(g_j)_{max}$		載重4：$g_{d54} = -3.3341\times10^{-4}$	
		最大位移	載重1	$\delta_3 = -0.099$ in	
			載重2	$\delta_9 = \delta_{30} = \delta_{36} = -0.100$ in	
			載重3	$\delta_{30} = \delta_{36} = \delta_{48} = \delta_{54} = -0.081$ in	
			載重4	$\delta_{18} = \delta_{48} = \delta_{54} = -0.100$ in	
		最大應力	載重1	$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_4 = \sigma_5 = -1.750$ ksi	
			載重2	$\sigma_{120} = -9.348$ ksi	
			載重3	$\sigma_{93} = \sigma_{96} = \sigma_{114} = \sigma_{117} = -5.894$ ksi	
			載重4	$\sigma_{99} = -9.348$ ksi	

此算例以DLM配合表5–33之參數，其設計之結果可參考表5–34~5–35、圖5–12及附錄F.3。DLM在未詳細調整參數之情況下，所求得之最佳解品質亦相當良好，且其效率仍遠非GA–NB所能比擬。

表5–33　DLM對132桿穹頂桁架設計所用參數

演算法個別參數類別		策略及參數值
DLM	初始設計點	最小斷面0.155 in^2
	b	1
	權因子w	1.0
	λ初始值	0
	λ速度更新因子θ	1.0
	合方向組數上限n_{CV}	10

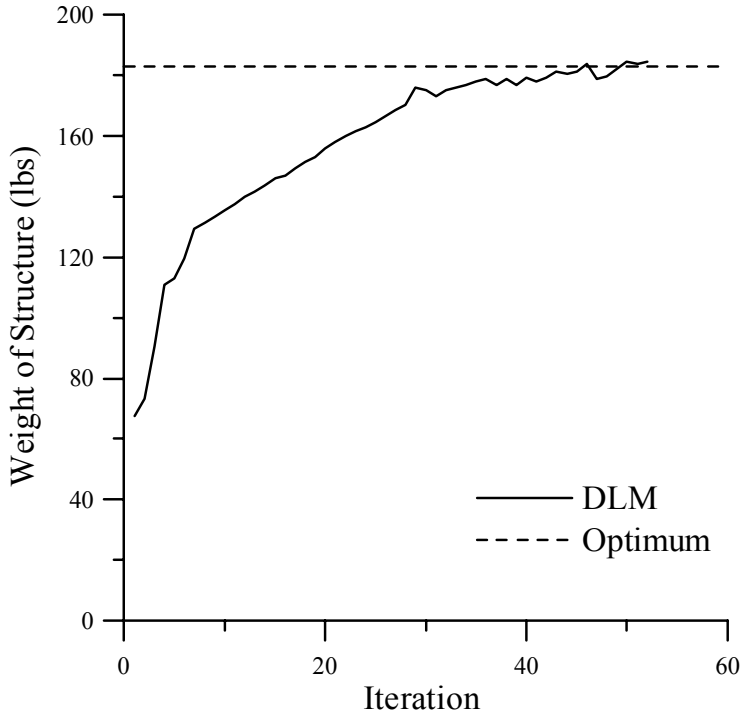


圖5–12　132桿穹頂桁架以DLM設計之結果

表5–34　132桿穹頂桁架以DLM設計結果

CPU時間(秒)		40.90
結構分析次數(次)		3467
迭代次數(次)		52
最佳設計結構重(lbs)		184.45
$(g_j)_{max}$		載重2：$g_{\delta 75} = -3.0476\times10^{-3}$ 載重4：$g_{\delta 102} = -3.0476\times10^{-3}$
最大位移	載重1	$\delta_3 = -0.1$ in
	載重2	$\delta_{30} = \delta_{33} = \delta_{75} = -0.1$ in
	載重3	$\delta_{30} = \delta_{36} = \delta_{48} = \delta_{54} = -0.078$ in
	載重4	$\delta_{48} = \delta_{51} = \delta_{102} = -0.1$ in
最大應力	載重1	$\sigma_3 = \sigma_6 = -1.738$ ksi
	載重2	$\sigma_{120} = -8.666$ ksi
	載重3	$\sigma_{93} = \sigma_{96} = \sigma_{114} = \sigma_{117} = -5.878$ ksi
	載重4	$\sigma_{99} = -8.666$ ksi

表5–35　132桿穹頂桁架以GA–NB設計結果與文獻之比較

演算法	結構重		$\max\{g_j\}$	備註
	lbs	kg		
Kavile and Powell (1971)	192.67	87.47	Not available	連續解
Salajegheh and Vanderplaats (1993)	192.19	87.26	7.5113×10^{-3}	離散解
Salajegheh and Salajegheh (1993): LA	182.94	83.05	5.2106×10^{-2}	離散解
Salajegheh and Salajegheh (1993): HLA	186.72	84.77	1.0933×10^{-1}	離散解
Salajegheh and Salajegheh (1993): QA	195.88	88.93	7.9144×10^{-2}	離散解
Salajegheh and Salajegheh (1993): HQA	178.67	81.12	1.5949×10^{-1}	離散解
Salajegheh and Salajegheh (1993): TA	183.35	83.24	9.2105×10^{-2}	離散解
Salajegheh and Salajegheh (1993): HTA	192.55	87.42	7.9717×10^{-2}	離散解
DLM	184.45	83.74	-3.0476×10^{-3}	離散解
GA–NB	183.93	83.50	-3.3341×10^{-4}	離散解

5.4.7 200桿平面桁架(II)

Coello and Christiansen等人曾對之前第二章提及之200桿平面桁架進行設計(Belegundu, 1982; Polson, 1993; Groenwold, et al., 1996; Groenwold, et al., 1999; Coello and Christiansen, 2000)，但不同處為此例之member linking較少，僅有29個獨立設計變數，且束制條件及斷面資料庫也有所不同，詳細設計資料請參閱表5–36及附錄G.1。

本例以GA–NB配合表5–31之參數演算設計後之結果及與文獻之比較如表5–37、5–40、圖5–13及附錄G.2所示；另以DLM配合表5–38之參數，其設計之結果如表5–39~5–40、圖5–14及附錄G.3。

GA–NB之結果雖然不錯，但與文獻(Groenwold, et al., 1996)或DLM相較仍非最佳解，這也顯示在大型結構的設計上，GA–NB仍有改善空間；本算例中DLM花費相當多的時間在調整λ值及進行結構分析，故所耗費之CPU時間約為GA–NB之9.5倍左右，若再對進行細部參數微調及使用合向量策略，應可增進DLM對本題求解之效率。

表5–36　200桿平面桁架(II)設計資料

材料性質		彈性模數E = 3.0×10^4 ksi (207099.32 MPa) 單位體積重量ρ = 0.283 lbs/in^3 (0.077 N/cm^3)
束制條件	節點位移	所有節點於各方向之容許位移為$\delta_{all}=\pm2.0$ in (±5.08 cm)
	構件應力	所有桿件之容許應力為$\sigma_{all}=\pm10$ ksi (±69.03 MPa)

表5–37　200桿平面桁架(II)以GA–NB設計結果

統計項目				平均值μ	變異係數V
CPU時間(秒)				4232.676	22.7%
結構分析次數(次)				121767.6	22.7%
迭代次數(次)				1173.2	22.7%
設計結果	結構重平均值μ (lbs)			27406.939	1.4%
	最差解結構重(lbs)			28149.60	
	最佳解	結構重(lbs)		26869.6758	
		求得率		10%	
		$(g_j)_{max}$		載重3：$g_{f73} = -1.4874\times10^{-3}$	
		最大位移	載重1	$\delta_2 = 0.380$ in	
			載重2	$\delta_3 = d_{11} = -0.617$ in	
			載重3	$\delta_{11} = -0.666$ in	
		最大應力	載重1	$\sigma_2 = -5.279$ ksi	
			載重2	$\sigma_{68} = \sigma_{74} = -9.865$ ksi	
			載重3	$\sigma_{74} = -9.985$ ksi	

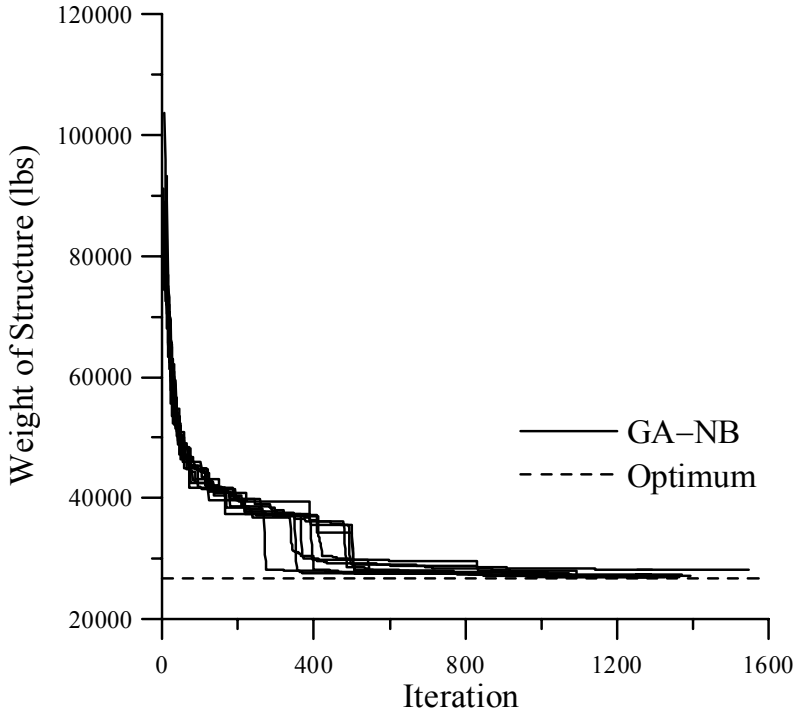


圖5–13　200桿平面桁架以GA–NB設計之結果

表5–38　DLM對200桿平面桁架(II)設計所用參數

演算法個別參數類別		策略及參數值
DLM	初始設計點	最小斷面0.1 in^2
	b	1
	權因子w	0.1
	λ初始值	0
	λ速度更新因子θ	1.0
	合方向組數上限n_{CV}	1

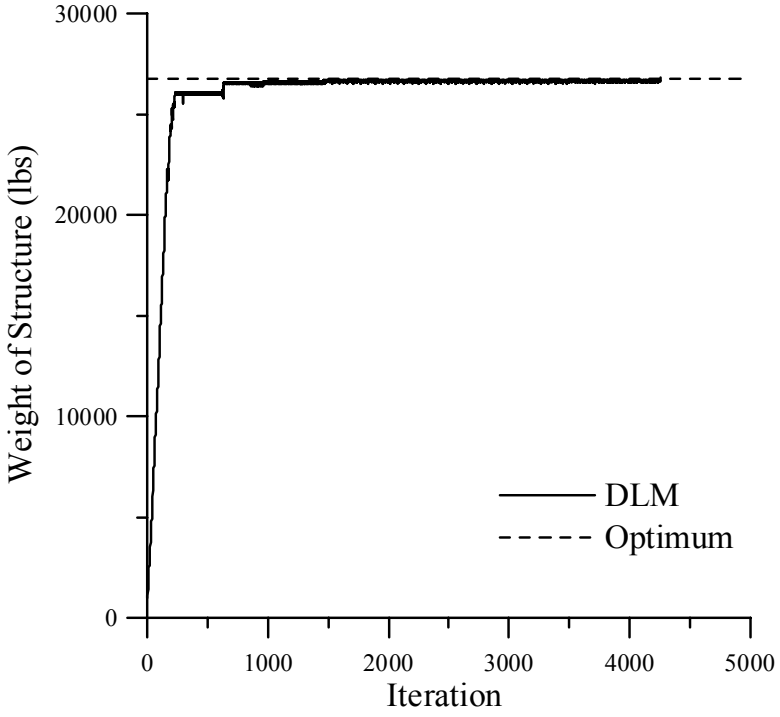


圖5–14　200桿平面桁架(II)以DLM設計之結果

表5–39　200桿平面桁架(II)以DLM設計結果

CPU時間(秒)		40173.00
結構分析次數(次)		218687
迭代次數(次)		4254
最佳設計結構重(lbs)		26808.17
$(g_j)_{max}$		載重1：$g_{\delta 1} = g_{\delta 132} = g_{\delta 170} = -9.5400\times10^{-8}$ 載重3：$g_{\delta 132} = g_{\delta 152} = g_{\delta 171} = -9.5400\times10^{-8}$
最大位移	載重1	$\delta_2 = 0.382$ in
	載重2	$\delta_3 = \delta_{11} = -0.615$ in
	載重3	$\delta_{11} = -0.664$ in
最大應力	載重1	$\sigma_{19} = \sigma_{57} = \sigma_{95} = \sigma_{133} = \sigma_{171} = -10.000$ ksi
	載重2	$\sigma_{68} = \sigma_{74} = -9.876$ ksi
	載重3	$\sigma_{19} = \sigma_{53} = \sigma_{57} = \sigma_{74} = \sigma_{95} = \sigma_{133} = \sigma_{171} = -10.000$ ksi

表5–40　200桿平面桁架(II)以GA–NB設計結果與文獻之比較

演算法	結構重		$\max\{g_j\}$
	lbs	N	
Belegundu (1982)	35163	156607	Not available
Polson (1993): B&B	27413	122090	Not available
Groenwold, et al. (1996)	26819	119445	Not available
Groenwold, et al. (1999)	26819	119445	Not available
Coello and Christiansen (2000)	36168	161082	Not available
DLM	26808	119397	-9.5400×10^{-8}
GA–NB	26870	119671	-1.4874×10^{-3}

5.4.8　101桿平面桁架

圖5–15之算例對稱於y軸分為51組設計變數，詳細設計資料請參閱表5–41及附錄H.1。

表5–41　101桿平面桁架設計資料

材料性質		彈性模數E = 3.0×10^4 ksi (207.10 GPa) 單位體積重量ρ = 0.283 lbs/in^3 (0.0769 N/cm^3)
束制條件	節點位移	各節點於各方向之容許位移為$\delta_{all}=\pm1$ in (±2.54 cm)
	構件應力	所有桿件之容許應力為$\sigma_{all}=\pm30$ ksi (±207.10 MPa)

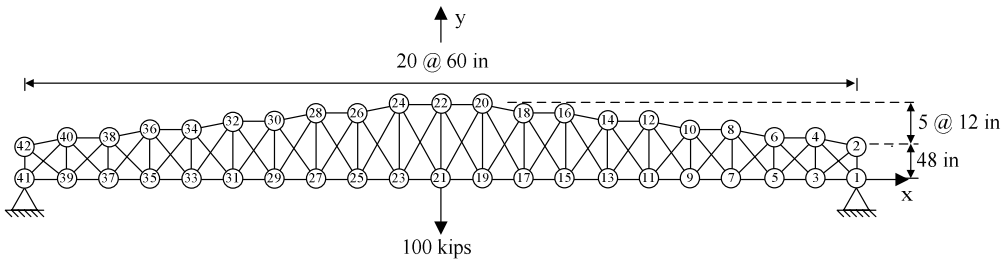


圖5–15　101桿平面桁架

本例以GA–NB配合表5–31參數演算設計，其結果及與文獻之比較如表5–42、5–45、圖5–16及附錄H.2所示；另以DLM配合表5–43之參數，其設計之結果如表5–44~5–45、圖5–17及附錄H.3。

GA–NB設計之結果已較文獻為輕，但本例以DLM對相關參數進行微調之結果，則僅需GA–NB所耗費計算量的5%便可求得更好的解(13786 lbs)。

表5–42　101桿平面桁架以GA–NB設計結果

統計項目			平均值μ	變異係數V
CPU時間(秒)			1152.672	17.4%
結構分析次數(次)			235195.6	17.2%
迭代次數(次)			2278.6	17.2%
設計結果	結構重平均值μ		13977.496	0.4%
	最差解結構重(lbs)		14083.00	
	最佳解	結構重(lbs)	13880.29	
		求得率	10%	
		$(g_j)_{max}$	$g_{\delta 40} = -3.8207\times10^{-5}$	
		最大位移	$\delta_{40} = -1.000$ in	
		最大應力	$\sigma_{33} = \sigma_{39} = 10.732$ ksi	

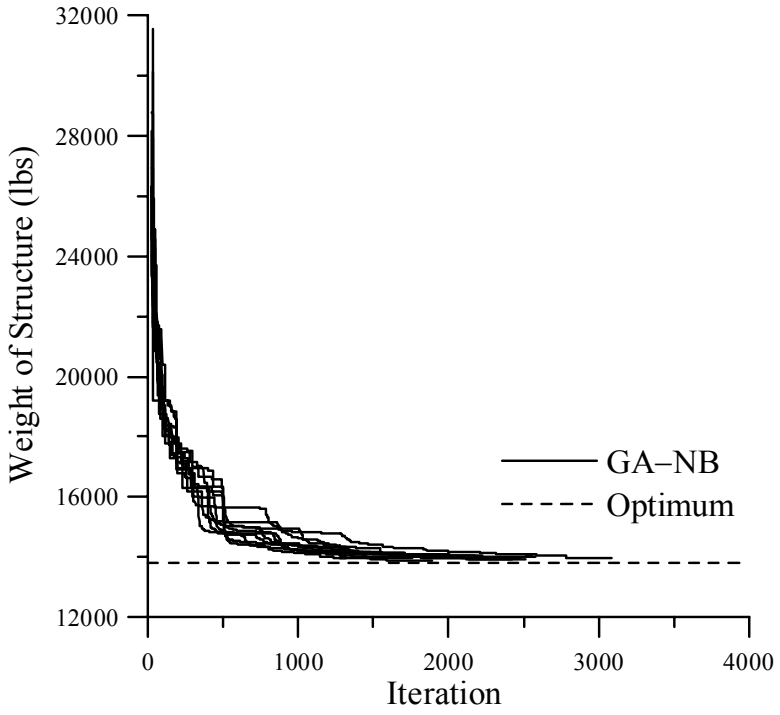


圖5–16　101桿平面桁架以GA–NB設計之結果

表5–43　DLM對101桿平面桁架設計所用參數

演算法個別參數類別		策略及參數值
DLM	初始設計點	最小斷面0.1 in^2
	b	1
	權因子w	0.01
	λ初始值	0
	λ速度更新因子θ	1.0
	合方向組數上限n_{CV}	8

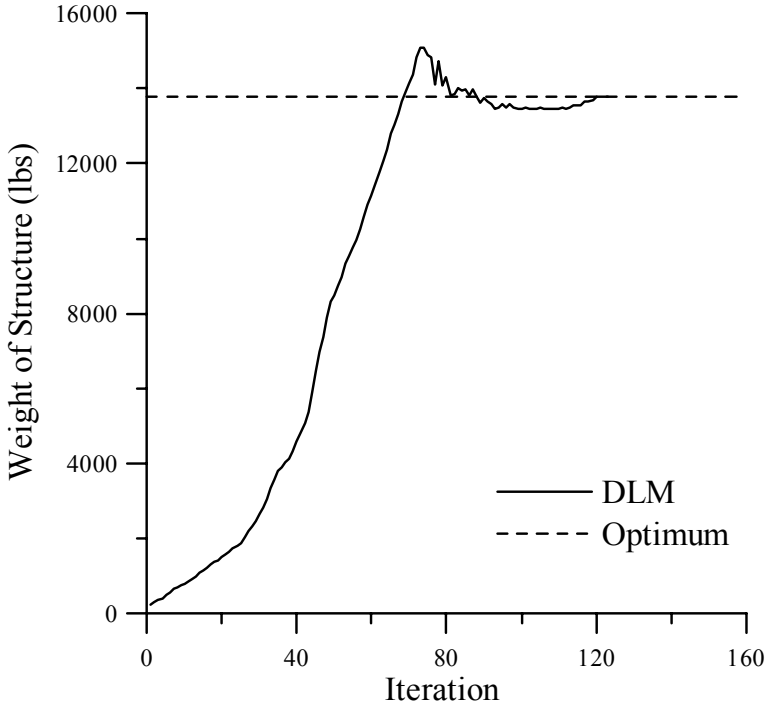


圖5–17　101桿平面桁架以DLM設計之結果

表5–44　101桿平面桁架以DLM設計結果

CPU時間(秒)	59.562
結構分析次數(次)	10967
迭代次數(次)	123
最佳設計結構重(lbs)	13786.33
$(g_j)_{max}$	$g_{\delta 40} = -2.8276\times10^{-4}$
最大位移	$\delta_{40} = -1.000$ in
最大應力	$\sigma_{75} = 9.402$ ksi

表5–45　101桿平面桁架以GA–NB設計結果與文獻之比較

演算法	結構重		max{g_j}
	lbs	N	
Ponterosso and Fox (1999)	14043	62544	Not available
DLM	13786	61401	-2.8276×10^{-4}
GA–NB	13880	61819	-3.8207×10^{-5}

5.4.9　單跨雙層平面構架

Sui and Lin等人曾對圖5–18之算例進行設計(Sui and Lin, 1987; Chai and Sun, 1996; Jivotovski, 2000; 吳泳達，2003)，詳細設計資料請參閱表5–46及附錄J.1。

表5–46　單跨雙層平面構架設計資料

材料性質		彈性模數E = 206.88 GPa 單位體積重量ρ = 76999.34 N/cm^3
束制條件	節點位移	節點1、2、4、5於x方向之容許位移為$\delta_{all}=\pm2.54$ cm
	構件應力	所有桿件之容許應力為$\sigma_{all}=\pm163860$ kN/cm^2

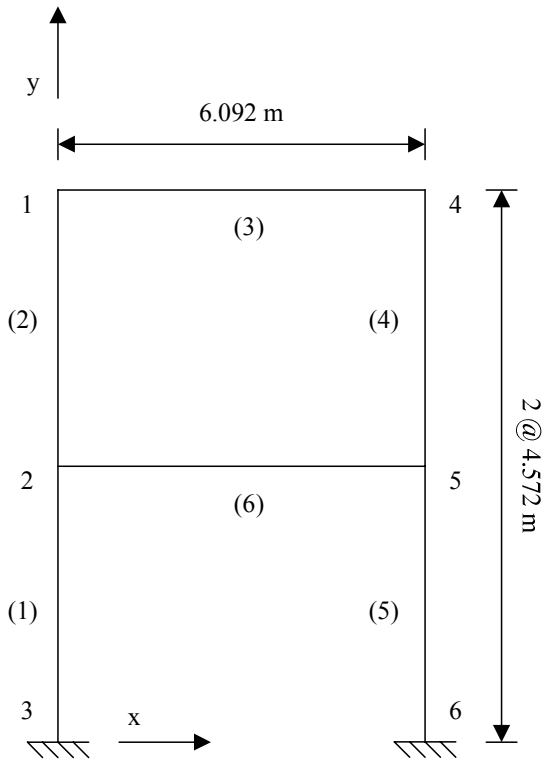


圖5–18　單跨雙層平面構架

本例以GA–NB配合表5–47參數演算設計後之結果及與文獻之比較如表5–48、5–49、圖5–19及附錄J.2所示。本例之解空間共有9^4(=6561)個設計點，但GA–NB演算卻進行結構分析平均達3516次，幾乎佔解空間之一半，可見其對於解空間較小之算例耗用極大之計算量，以致於效率並不佳；即便可以找到優秀的設計解，但是否值得仍有待商榷。

表5–47　GA–NB對單跨雙層平面構架設計所用參數

演算法個別參數類別			策略及參數值
GA	編碼方式		強迫均勻編碼法
	族群大小N_P		10
	菁英數n_E		10
	動態懲罰函數係數	α	2
		β	0.5
	汰除率P_e		0
	選擇法		RSM
	交配法		兩點交配
	突變率		$P_M = CP_m$, $P_m = 0.1$
	移民政策		採用
	收斂準則	n_{P1}	300
		n_{P2}	100
次區域範圍n_{sb}			1
NB	b		4
	n_{CV}		4 (=n_m)
混合演算收斂準則n_r			3

表5–48　單跨雙層平面構架以GA–NB設計結果

統計項目				平均值μ	變異係數V
CPU時間(秒)				0.322	9.8%
結構分析次數(次)				3915.7	3.3%
迭代次數(次)				329.0	3.6%
設計結果	結構重平均值μ (N)			42533.574	0
	最差解結構重(N)			42533.57	
	最佳解	結構重(N)		42533.57	
		求得率		100%	
		$(g_j)_{max}$		載重2：$g_{d1} = -1.0101\times10^{-2}$	
		最大位移	載重1	$\delta_3 = 0.162$ cm $\delta_9 = -0.162$ cm	
			載重2	$\delta_1 = 2.514$ cm	
			載重3	$\delta_7 = -2.514$ cm	
		最大應力	載重1	$\sigma_2 = \sigma_4 = -106631.828$ kN/cm^2	
			載重2	$\sigma_1 = 159332.125$ kN/cm^2	
			載重3	$\sigma_5 = 159332.125$ kN/cm^2	

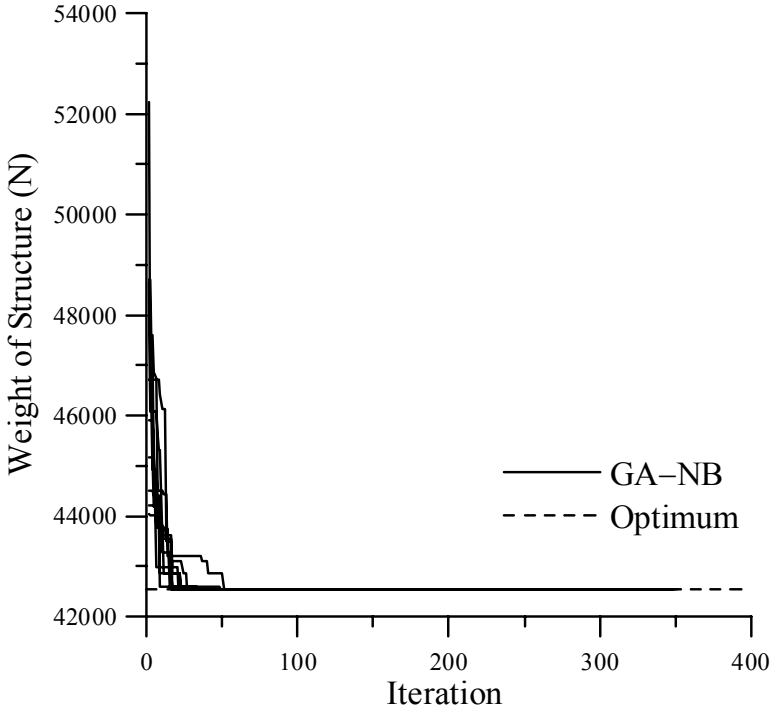


圖5–19　單跨雙層平面構架以GA–NB設計之結果

表5–49　單跨雙層平面構架以GA–NB設計結果與文獻之比較

演算法	結構重(N)	$\max\{g_j\}$
Sui and Lin (1987)	43207.18	-4.1079×10^{-2}
Chai and Sun (1996)	42971.75	-1.8540×10^{-2}
Jivotovski (2000)	42533.57	-1.0101×10^{-2}
吳泳達(2003): DLM	42533.57	-1.0101×10^{-2}
GA–NB	42533.57	-1.0101×10^{-2}

5.4.10　雙跨五層平面構架

圖5–20之算例其載重模式類似實際結構(採用呆載重、活載重、風載重之載重組合方式)，可測試GA–NB在面臨實際載重組合時之演算能力。詳細設計資料請參照表5–50及附錄K.1。

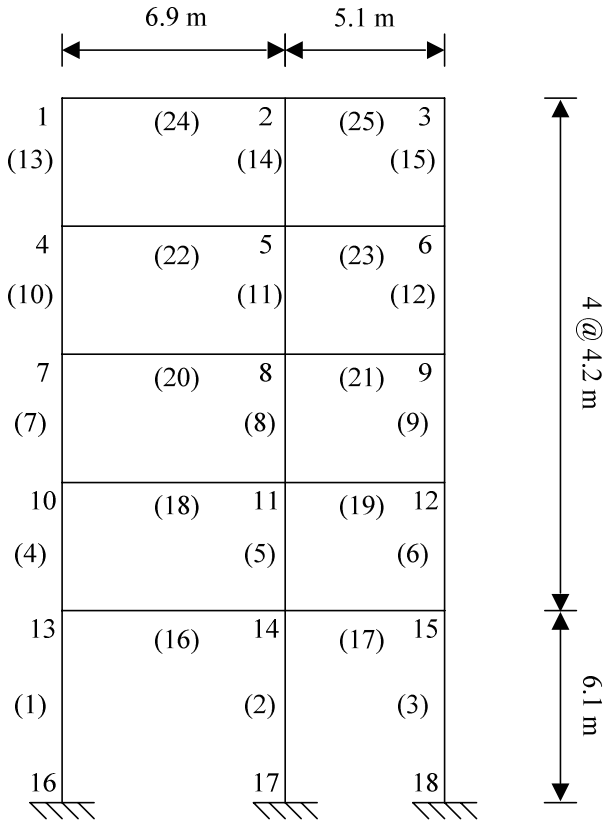


圖5–20　雙跨五層平面構架

表5–50　雙跨五層平面構架設計資料

材料性質		彈性模數E = 205.8 GPa 剪力模數G = 79.2 GPa 單位體積重量ρ = 78 kN/m^3
束制條件	節點位移	節點1、2、3於x方向之容許位移為δ_{all}=±4.58 cm (構架總高度之1/500)
	構件應力	所有桿件之容許應力為σ_{all}=±166.6 MPa

本例以GA–NB配合表5–51參數演算設計後之結果及與文獻之比較如表5–52、5–55、圖5–21及附錄K.2，顯示較複雜之載重對GA–NB之演算能力並無太大的影響，對小型結構而言，GA–NB已可獲得非常好的解。

另以DLM配合表5–53之參數，其設計之結果如表5–54~5–55、圖5–22及附錄K.3所示，由結果可顯示DLM之解(73.27 kN)較GA–NB略差，對於較複雜載重之結構需更進一步調整參數才能求得之更好的解。

表5–51　GA–NB對雙跨五層平面構架設計所用參數

演算法個別參數類別			策略及參數值
GA	編碼方式		強迫均勻編碼法
	族群大小N_P		30
	菁英數n_E		30
	動態懲罰函數係數	α	2
		β	0.5
	汰除率P_e		0
	選擇法		RSM
	交配法		兩點交配
	突變率		$P_M = CP_m$, $P_m = 0.1$
	移民政策		採用
	收斂準則	n_{P1}	300
		n_{P2}	100
次區域範圍n_{sb}			1
NB	B		4
	n_{CV}		4
混合演算收斂準則n_r			3

表5–52　雙跨五層平面構架以GA–NB設計結果

統計項目				平均值μ	變異係數V
CPU時間(秒)				23.728	13.4%
結構分析次數(次)				22117.2	13.5%
迭代次數(次)				677.3	13.0%
設計結果	結構重平均值μ (kN)			73.202	0.3%
	最差解結構重(kN)			73.54	
	最佳解	結構重(kN)		72.94	
		求得率		10%	
		$(g_j)_{max}$		載重2：$g_{d1} = -7.4790\times10^{-4}$	
		最大位移	載重1	$\delta_1 = 4.068$ cm	
			載重2	$\delta_1 = 4.577$ cm	
			載重3	$\delta_5 = -0.717$ cm	
		最大應力	載重1	$\sigma_5 = -154.258$ MPa	
			載重2	$\sigma_2 = -113.514$ MPa	
			載重3	$\sigma_{25} = -163.263$ MPa	

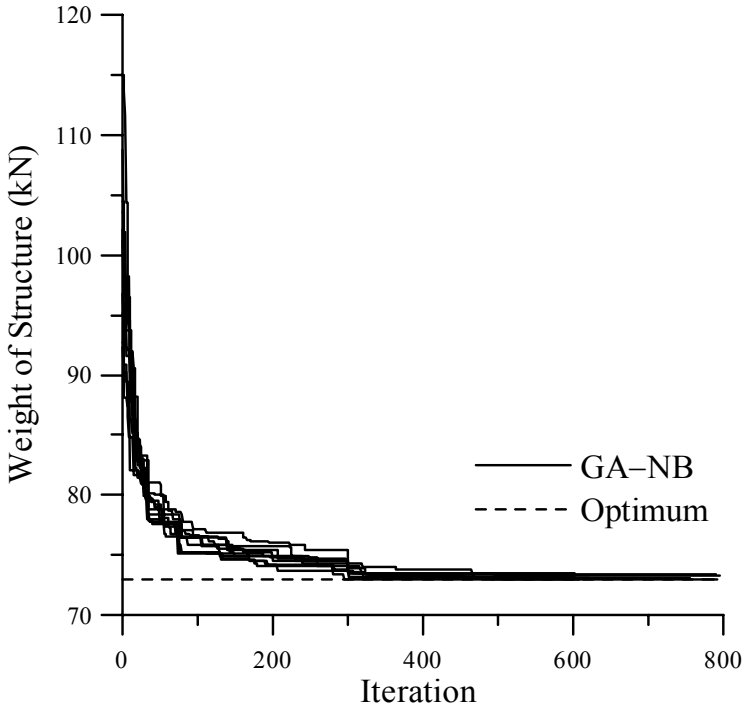


圖5–21　雙跨五層平面構架以GA–NB設計之結果

表5–53　DLM對雙跨五層平面構架設計所用參數

演算法個別參數類別		策略及參數值
DLM	初始設計點	附錄K.1資料庫之最小斷面
	b	1
	權因子w	100.0
	λ初始值	0
	λ速度更新因子θ	1.0
	合方向組數上限n_{CV}	1

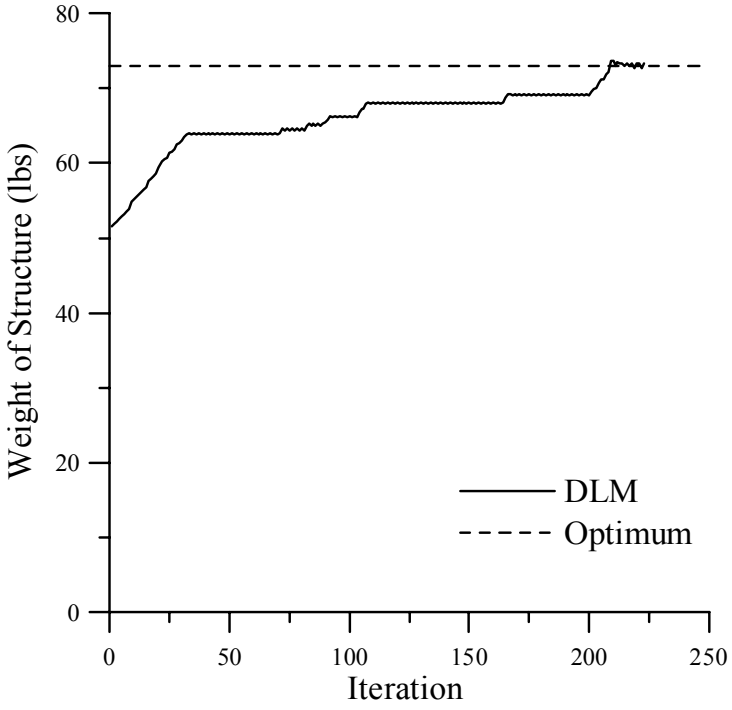


圖5–22　雙跨五層平面構架以DLM設計之結果

表5–54　雙跨五層平面構架以DLM設計結果

CPU時間(秒)		7.188
結構分析次數(次)		6524
迭代次數(次)		223
最佳設計結構重(lbs)		73.27
$(g_j)_{max}$		載重2：$g_{\delta 1} = -2.7845\times10^{-2}$
最大位移	載重1	$\delta_1 = 4.157$ cm
	載重2	$\delta_1 = 4.567$ cm
	載重3	$\delta_5 = -4.696$ cm
最大應力	載重1	$\sigma_{18} = -156.698$ MPa
	載重2	$\sigma_2 = -112.365$ MPa
	載重3	$\sigma_{25} = -155.104$ MPa

表5–55　雙跨五層平面構架以GA–NB設計結果與文獻之比較

演算法	結構重(kN)	Max$\{g_j\}$
Chai and Sun (1996)	74.60	6.0304×10^{-2}
DLM	73.27	-2.7845×10^{-3}
GA–NB	72.94	-7.4790×10^{-4}

5.4.11　單跨八層平面構架

圖5–23之算例使用AISC之W型鋼(268組)，可測試GA–NB在選用實際斷面設計時之演算能力，詳細設計資料請參閱表5–56及附錄L.1。

本例以GA–NB配合表5–51參數演算設計後之結果及與文獻之比較如表5–57、5–60、圖5–24及附錄L.2，顯示GA–NB在選用實際型鋼斷面設計時亦不受影響，但與DLM比較，對此算例的設計結果則並非最佳。需要附帶一提的是：因為本例並未對應力進行限制，故

構件內最大組合應力將達101.295 ksi之不合理數值，但此僅為算例本身之設定問題，並不影響演算法之驗證。

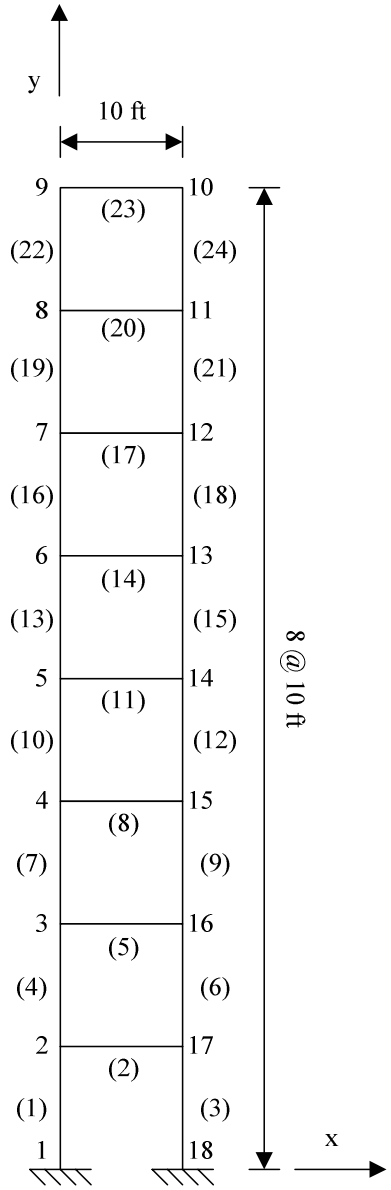


圖5–23　單跨八層平面構架

表5–56　單跨八層平面構架設計資料

材料性質		彈性模數E = 2.9×10^3 ksi (200.20 GPa) 單位體積重量ρ = 0.283 lbs/in^3 (0.077 N/cm^3)
束制條件	節點位移	節點9、10於x方向之容許位移為$\delta_{all}=\pm2$ in (±5.08 cm)
	構件應力	無

表5–57　單跨八層平面構架以GA–NB設計結果

統計項目			平均值μ	變異係數V
CPU時間(秒)			23.484	1.8%
結構分析次數(次)			21304.6	1.9%
迭代次數(次)			600.9	1.6%
設計結果	結構重平均值μ (kips)		6.698	2.0%
	最差解結構重(kips)		7.03	
	最佳解	結構重(kips)	6.55	
		求得率	10%	
		$(g_j)_{max}$	$g_{\delta 23} = -5.0776\times10^{-3}$	
		最大位移	$\delta_{23} = 1.990$ in	
		最大應力	$\sigma_{15} = -101.295$ ksi	

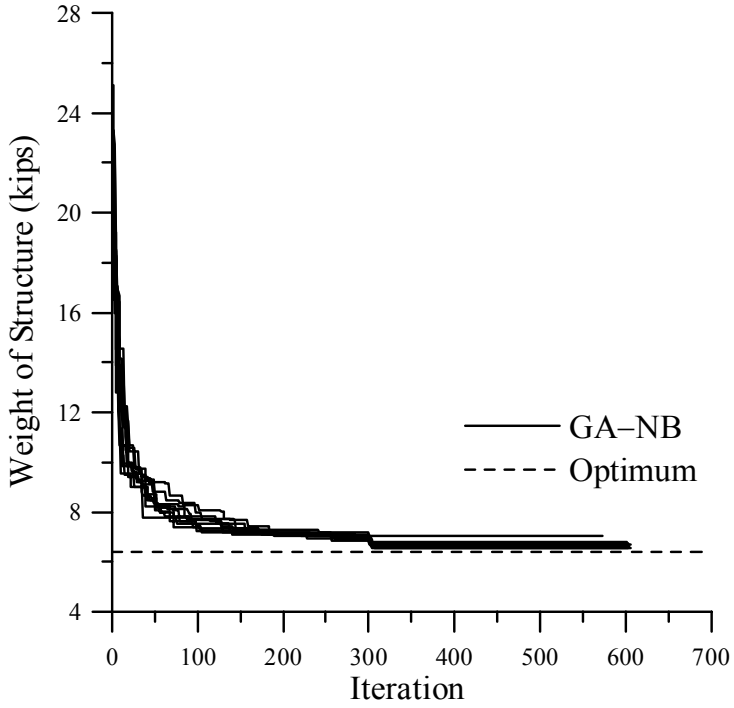


圖5–24　單跨八層平面構架以GA–NB設計之結果

另以DLM配合表5–58之參數，其設計之結果如表5–59~5–60、圖5–25及附錄L.3所示，由於本例可選用斷面係由實際規範之型鋼斷面中選取，當截面積增加時，旋轉半徑並不一定隨之增加，故取鄰

點間距倍率b=6以免減少DLM於兩設計點間徘徊之可能。由結果可顯示DLM若經較仔細之調整所求得之解(6.42 kips)可較GA–NB為優，且所需時間亦僅為GA–NB之四分之一左右。

表5–58　DLM對單跨八層平面構架設計所用參數

演算法個別參數類別		策略及參數值
DLM	初始設計點	附錄L.1資料庫最小斷面
	b	6
	權因子w	1000.0
	λ初始值	0
	λ速度更新因子θ	1.0
	合方向組數上限n_{CV}	1

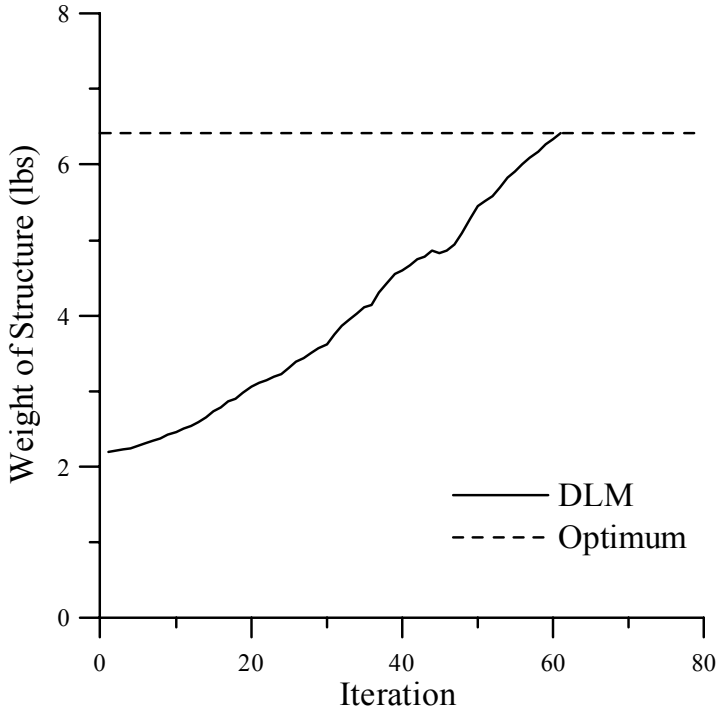


圖5–25　單跨八層平面構架以DLM設計之結果

表5–59　單跨八層平面構架以DLM設計結果

CPU時間(秒)	6.734
結構分析次數(次)	5052
迭代次數(次)	61
最佳設計結構重(lbs)	6.4174
$(g_j)_{max}$	$g_{\delta 23} = -6.8401\times10^{-3}$
最大位移	$\delta_{23} = \delta_{26} = 1.986$ in
最大應力	$\sigma_{15} = -101.512$ ksi

表5–60　單跨八層平面構架以GA–NB設計結果與文獻之比較

演算法	結構重		max{g_j}
	kips	kN	
Camp, et al. (1998)	7.39	32.92	-9.0462×10^{-2}
Nanakorn and Meesomklin (2001)	8.07	35.95	-5.3172×10^{-2}
DLM (w=1000, θ=1, n_{CV}=6)	6.42	28.58	-6.8401×10^{-3}
GA–NB	6.55	29.18	-5.0776×10^{-3}

5.4.12　討論

根據前述各算例以GA–NB實際進行設計之結果，可看出求解之品質、效率及穩定性均明顯高出傳統GA許多(36桿空間桁架及22桿平面桁架)，僅需原先20~30%之計算量即可達到，且在中、小型結構設計上均展現其全域搜尋之能力找到極佳之設計點，面對較複雜之載重情形或選用實際型鋼斷面時，均仍展現其良好之搜尋能力。

5.5　DLM–GA–NB設計成果

DLM本身具備良好之求解能力，但因屬於局部搜尋法，故配合GA–NB之能力應可達到全域搜尋之效果。在此將以DLM–GA–NB對

前面提及之132桿穹頂桁架、200桿平面桁架(II)、101桿平面桁架等三個大型算例進行測試。

5.5.1 132桿穹頂桁架

5.4.6節之132桿穹頂桁架以DLM–GA–NB配合表5–61參數演算設計，其結果及與文獻之比較如表5–62~5–63、圖5–26~5–28及附錄F.4所示。圖5–27和5–28是將圖5–26的DLM與GA–NB兩部份分開放大的收斂歷時圖。GA–NB在整體混合演算中佔約97%以上之計算量，對於整體之貢獻為使DLM之設計重量再降低約1.7%，雖然確實達到跳脫DLM局部搜尋之困境，但是否需要消耗如此之大的計算量來換取解的改善仍值得斟酌。

表5–61　DLM–GA–NB對132桿穹頂桁架設計所用參數

演算法個別參數類別			策略及參數值
DLM	初始設計點		最小斷面0.155 in^2
	b		1
	權因子w		1.0
	λ初始值		0
	λ速度更新因子θ		1.0
	n_{CV}		1
GA	編碼方式		強迫均勻編碼法
	族群大小N_P		100
	菁英數n_E		10
	動態懲罰函數係數	α	2
		β	0.5
	汰除率P_e		0
	選擇法		RSM
	交配法		兩點交配
	突變率		$P_M = CP_m$, $P_m = 0.1$
	移民政策		採用
	收斂準則	n_{P1}	500
		n_{P2}	500
次區域範圍n_{sb}			1
NB	b		4
	n_{CV}		4
混合演算收斂準則n_r			3

表5–62　132桿穹頂桁架以DLM–GA–NB設計結果

統計項目				平均值 μ	變異係數 V	DLM 初步設計結果 、佔整體之比例
CPU時間(秒)				3803.161	29.7%	89.984 (2.4%)
結構分析次數(次)				274523.6	29.8%	6351 (2.3%)
迭代次數(次)				2748.0	29.3%	103 (3.7%)
設計結果	結構重平均值μ (lbs)			183.826	0.4%	188.883
	最差解結構重(lbs)			185.09		
	最佳解	結構重(lbs)		182.94		
		求得率		20%		
		$(g_j)_{max}$		載重4：$g_{d3} = -7.1153\times10^{-5}$		
		最大位移	載重1	$\delta_3 = -0.100$ in		
			載重2	$\delta_{24} = -0.100$ in		
			載重3	$\delta_{24} = \delta_{42} = -0.079$ in		
			載重4	$\delta_{42} = -0.100$ in		
		最大應力	載重1	$\sigma_2 = \sigma_4 = \sigma_5 = -1.753$ ksi		
			載重2	$\sigma_{120} = -8.922$ ksi		
			載重3	$\sigma_{112} = -5.853$ ksi		
			載重4	$\sigma_{99} = -8.922$ ksi		

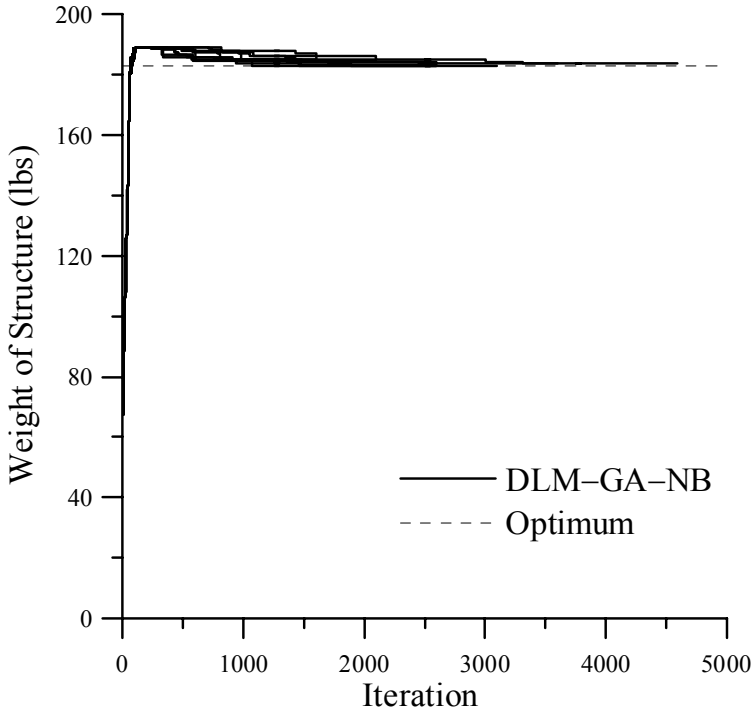


圖5–26　132桿穹頂桁架以DLM–GA–NB設計之結果

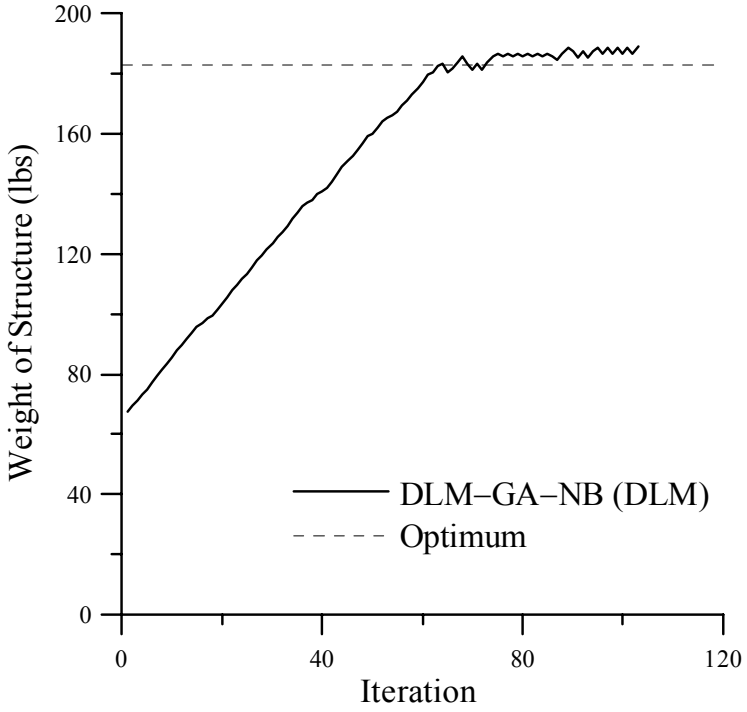


圖5–27　132桿穹頂桁架以DLM–GA–NB設計之結果(DLM部份)

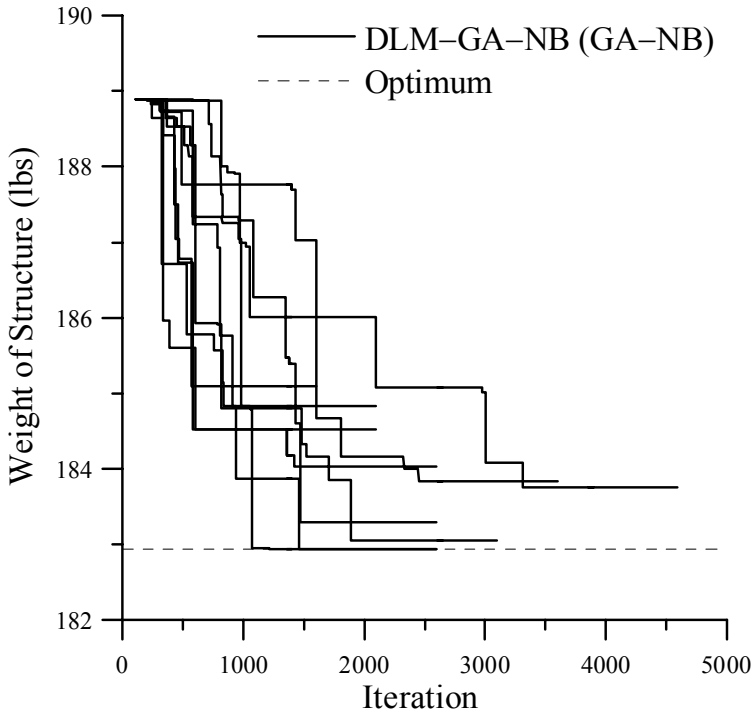


圖5–28　132桿穹頂桁架以DLM–GA–NB設計之結果(GA–NB部份)

表5–63　132桿穹頂桁架以DLM–GA–NB設計結果與文獻之比較

演算法	結構重		max{g_j}	備註
	lbs	kg		
Kavile and Powell (1971)	192.67	87.47	Not available	連續解
Salajegheh and Vanderplaats (1993)	192.19	87.26	7.5113×10^{-3}	離散解
Salajegheh and Salajegheh (1993): LA	182.94	83.05	5.2106×10^{-2}	離散解
Salajegheh and Salajegheh (1993): HLA	186.72	84.77	1.0933×10^{-1}	離散解
Salajegheh and Salajegheh (1993): QA	195.88	88.93	7.9144×10^{-2}	離散解
Salajegheh and Salajegheh (1993): HQA	178.67	81.12	1.5949×10^{-1}	離散解
Salajegheh and Salajegheh (1993): TA	183.35	83.24	9.2105×10^{-2}	離散解
Salajegheh and Salajegheh (1993): HTA	192.55	87.42	7.9717×10^{-2}	離散解
DLM	184.45	83.74	-3.0476×10^{-3}	離散解
GA–NB	183.93	83.50	-3.3341×10^{-4}	離散解
DLM–GA–NB	182.94	83.05	-7.1153×10^{-5}	離散解

5.5.2　200桿平面桁架(II)

5.4.7節之200桿平面桁架(II)以DLM–GA–NB配合表5–64參數演算設計，其結果及與文獻之比較如表5–65~5–66、圖5–29~5–31及附錄G.4所示。此例就DLM而言，因並未仔細調整w及θ值之故，導致其消耗之計算量約佔整體演算之42.5% (以CPU時間估計)，GA–NB耗用約57.5%之計算量後，亦只使設計重量降低約0.2%；此外，GA於次區域中均搜尋到同一個CLM，足見此解之穩定性極佳。

表5–64　DLM–GA–NB對200桿平面桁架(II)設計所用參數

演算法個別參數類別			策略及參數值
DLM	初始設計點		最小斷面0.1 in^2
	b		1
	權因子w		0.01
	λ初始值		0
	λ速度更新因子θ		1.0
	n_{CV}		4
GA	編碼方式		強迫均勻編碼法
	族群大小N_P		100
	菁英數n_E		10
	動態懲罰函數係數	α	2
		β	0.5
	汰除率P_e		0
	選擇法		RSM
	交配法		兩點交配
	突變率		$P_M = CP_m$, $P_m = 0.1$
	移民政策		採用
	收斂準則	n_{P1}	500
		n_{P2}	500
次區域範圍n_{sb}			1
NB	b		4
	n_{CV}		4
混合演算收斂準則n_r			3

表5–65　200桿平面桁架(II)以DLM–GA–NB設計結果

統計項目				平均值 μ	變異係數 V	DLM 初步設計結果 、佔整體之比例
CPU時間(秒)				9652.914	5.6%	4103.81 (42.5%)
結構分析次數(次)				186808.9	8.3%	27151 (14.5%)
迭代次數(次)				2064.9	7.3%	518 (25.1%)
設計結果	結構重平均值μ (lbs)			26760.627	0	26808.17
	最差解結構重(lbs)			26760.63		
	最佳解	結構重(lbs)		26760.63		
		求得率		100%		
		$(g_j)_{max}$		載重1：$g_{f170} = 0$ 載重3：$g_{f94} = g_{f152} = g_{f171} = 0$		
		最大位移	載重1	$\delta_2 = 0.381$ in		
			載重2	$\delta_3 = \delta_{11} = -0.617$ in		
			載重3	$\delta_{11} = -0.666$ in		
		最大應力	載重1	$\sigma_{19} = \sigma_{57} = \sigma_{95} = \sigma_{133} = \sigma_{171} = -10.000$ ksi		
			載重2	$\sigma_{68} = \sigma_{74} = -9.873$ ksi		
			載重3	$\sigma_{19} = \sigma_{57} = \sigma_{95} = \sigma_{133} = \sigma_{171} = -10.000$ ksi		

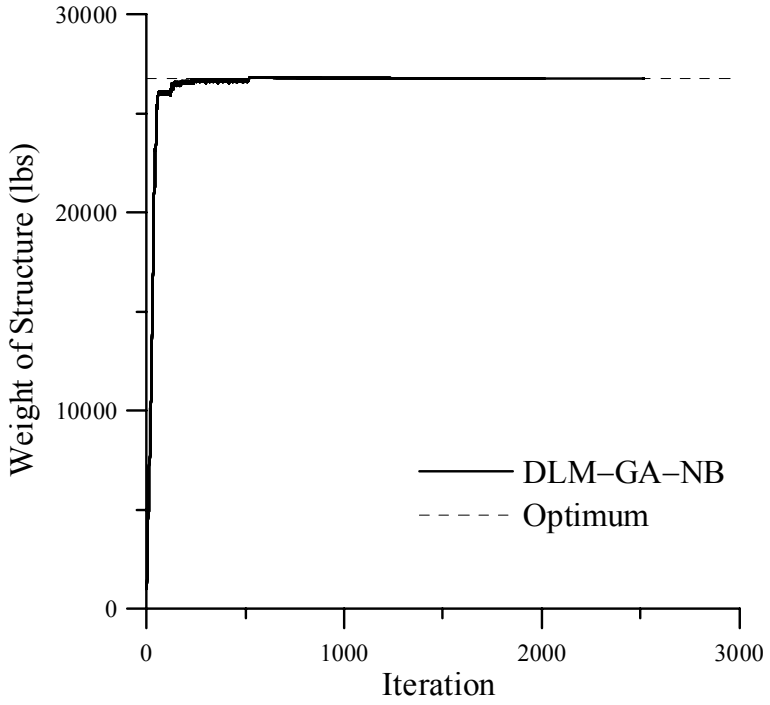


圖5–29　200桿平面桁架(II)以DLM–GA–NB設計之結果

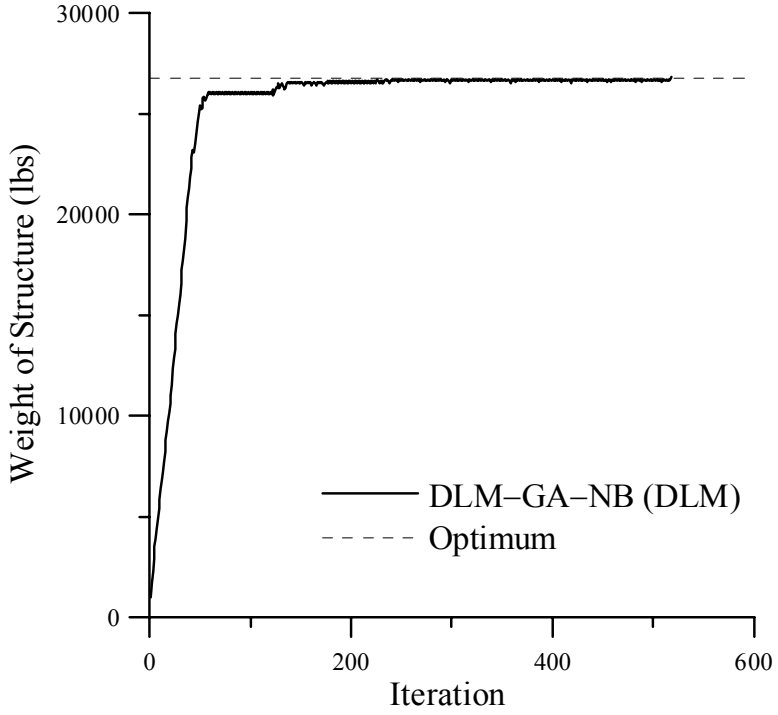


圖5–30　200桿平面桁架(II)以DLM–GA–NB設計之結果(DLM部份)

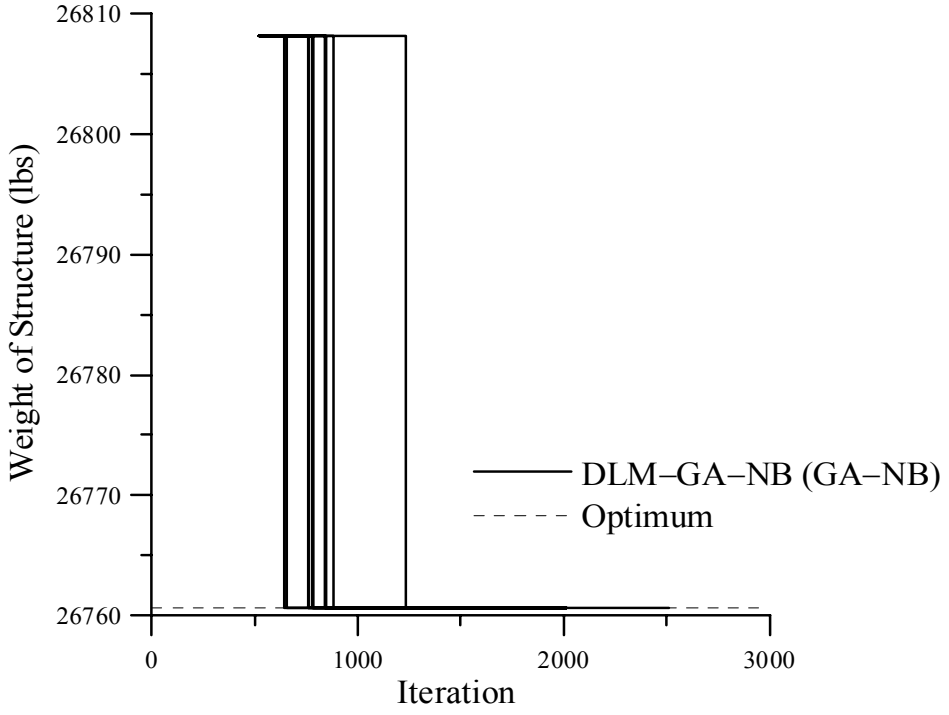


圖5–31　200桿平面桁架(II)以DLM–GA–NB設計之結果(GA–NB部份)

表5–66　200桿平面桁架(II)以DLM–GA–NB設計結果與文獻比較

演算法	結構重		max{g_j}
	lbs	N	
Belegundu (1982)	35163	156607	Not available
Polson (1993): B&B	27413	122090	Not available
Groenwold, et al. (1996)	26819	119445	Not available
Groenwold, et al. (1999)	26819	119445	Not available
Coello and Christiansen (2000)	36168	161082	Not available
DLM	26808	119397	-9.5400×10^{-8}
GA–NB	26870	119671	-1.4874×10^{-3}
DLM–GA–NB	26761	119185	0

5.5.3 101桿平面桁架

5.4.8節之101桿平面桁架以DLM–GA–NB配合表5–67參數演算設計，其結果及與文獻之比較如表5–68~5–69、圖5–32~5–34及附錄H.4所示。GA佔用約91.5%之計算量，使設計解重量降低約14.3%。

值得注意的是：本算例在使用DLM時，所採用之權因子w較小，其目的是讓求解速度較快。但是若採用較高之w或細部調整合向量係數n_{CV}，雖然DLM的求解速度變慢，但卻可以獲得較低的重量(請參考表5–44及附錄H.3)。若以這較佳之CLM出發，再以GA–NB求解，便無法再改善。此顯示DLM只要配合合適的權因子，其搜尋效率、穩定性和求解品質均相當好，而前述幾個例子亦可發現：即使GA–NB可以再改善DLM的解，但已經非常有限，就實務設計而言，是否有必要再花更長的時間，來降低僅僅幾個百分比的重量，恐怕必須由使用者自行評估。

表5–67　DLM–GA–NB對101桿平面桁架設計所用參數

演算法個別參數類別			策略及參數值
DLM	初始設計點		最小斷面0.1 in^2
	b		1
	權因子w		0.01
	λ初始值		0
	λ速度更新因子θ		1.0
	n_{CV}		1
GA	編碼方式		強迫均勻編碼法
	族群大小N_P		100
	菁英數n_E		10
	動態懲罰函數係數	α	2
		β	0.5
	汰除率P_e		0
	選擇法		RSM
	交配法		兩點交配
	突變率		$P_M = CP_m$, $P_m = 0.1$
	移民政策		採用
	收斂準則	n_{P1}	500
		n_{P2}	500
次區域範圍n_{sb}			1
NB	b		4
	n_{CV}		4
混合演算收斂準則n_r			3

表5–68　101桿平面桁架以DLM–GA–NB設計結果

統計項目			平均值 μ	變異係數 V	DLM 初步設計結果 、佔整體之比例
CPU時間(秒)			2942.331	15.3%	249.016 (8.5%)
結構分析次數(次)			601393.1	15.2%	50955 (8.47%)
迭代次數(次)			6035.3	15.0%	591 (9.8%)
設計結果	結構重平均值μ (lbs)		13816.361	0.1%	16117.44
	最差解結構重(lbs)		13825.06		
	最佳解	結構重(lbs)	13802.35		
		求得率	10%		
		$(g_j)_{max}$	$g_{\delta 40} = -2.2650\times10^{-5}$		
		最大位移	$\delta_{40} = -1.000$ in		
		最大應力	$\sigma_{31} = \sigma_{71} = -10.168$ ksi		

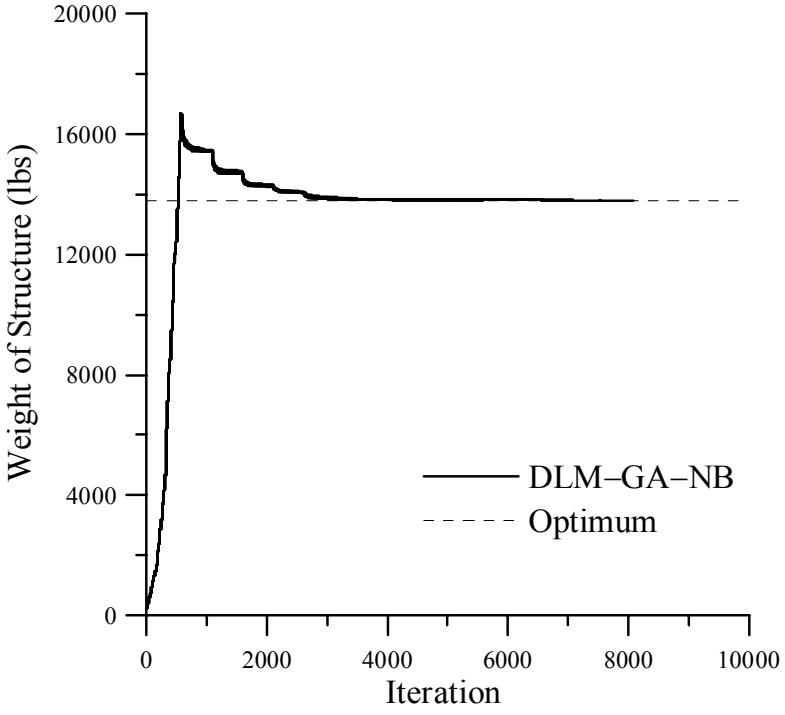


圖5–32　101桿平面桁架以DLM–GA–NB設計之結果

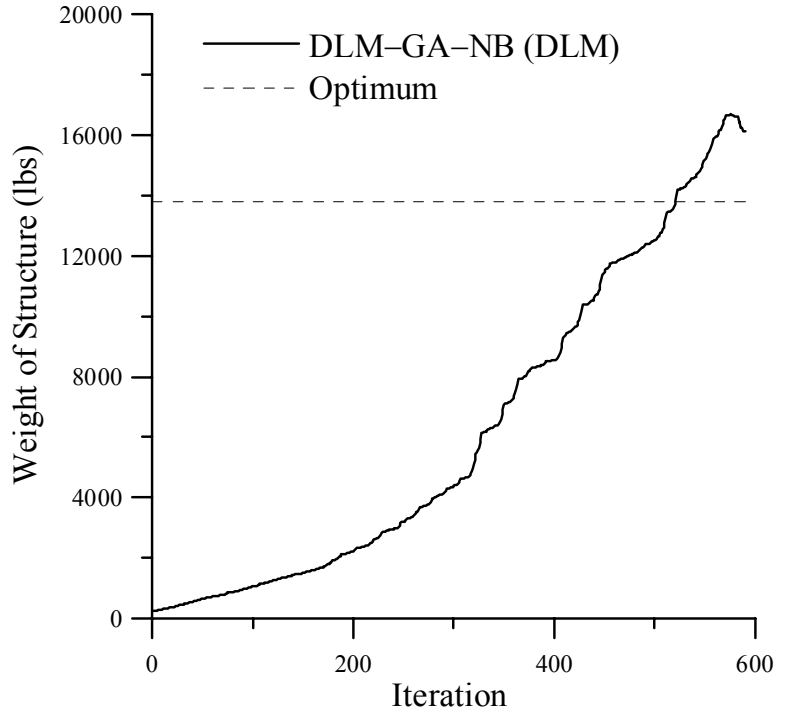


圖5–33　101桿平面桁架以DLM–GA–NB設計之結果(DLM部份)

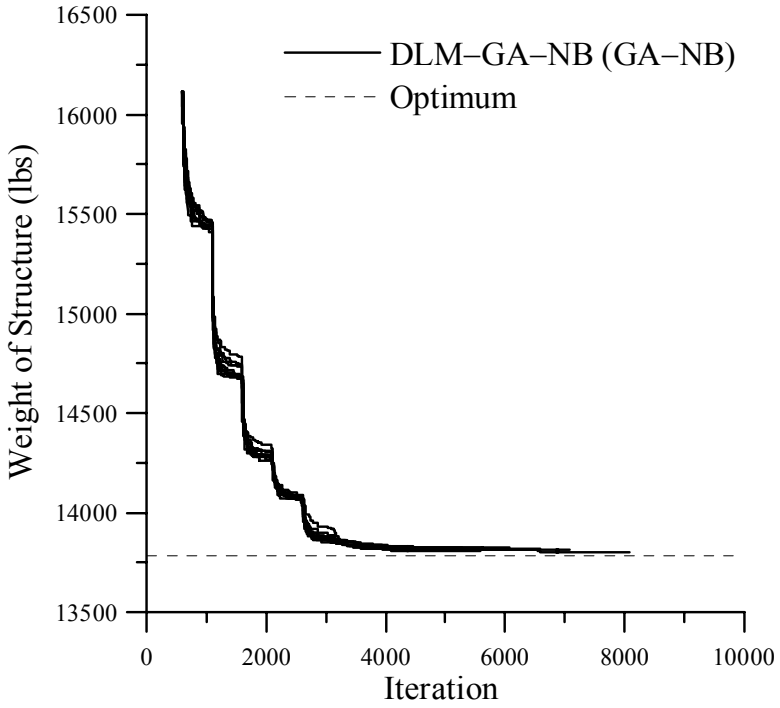


圖5–34　101桿平面桁架以DLM–GA–NB設計之結果(GA–NB部份)

表5–69　101桿平面桁架以DLM–GA–NB設計結果與文獻之比較

演算法	結構重		max{g_j}
	lbs	N	
Ponterosso and Fox (1999)	14043	62544	Not available
DLM	13786	61401	-2.8276×10^{-4}
GA–NB	13880	61819	-3.8207×10^{-5}
DLM–GA–NB	13802	61472	-2.0504×10^{-5}

第六章　結論與建議

6.1　結論

基於實務設計之考量，本文針對結構離散最佳化設計問題，提出四種搜尋方法，其架構係以DLM及GA二者為主，並在考慮此二方法之優、缺點後，再提出GA–NB和DLM–GA–NB兩種混合搜尋策略，並經由12個文獻中常用的桁架和構架算例加以比較，其結論歸納如下：

(1) DLM非但具有完備且嚴謹之數學理論基礎，且對於各型算例之求解之效率及穩定性均極高，多個桁架和構架的離散最佳化設計結果顯示：只要適當地選用w和θ，此法均可獲得較文獻更佳的輕量化設計結果，若進一步採用本研究提出之合向量策略，更可加速其演算效率，大幅改善大型結構之求解時間。唯一的缺憾是DLM屬於局部搜尋法，故除非能將權因子w及速度因子θ調整至適當值，否則仍有可能獲得較差的局部解。

(2) 就GA單獨演算而言，因其具有相當多之策略及參數需要調整，故演算之親和力及適用性常常不佳。本文針對束制函數的處理方式，提出一種控制每代族群可行解數量的動態懲罰參數調整方法，並配合菁英政策、汰除率、移民政策之運用，經測試一些小型算例後，可證明GA之求解品質已

獲得相當程度之改善，但對於中、大型算例之求解效率和所求得之最佳解仍有大幅改善空間。

(3) 基於GA之基本理論建構於機率上的緣故，其收斂準則及求解並不穩定。對此，本文進一步提出以鄰點搜尋法來改善GA求解品質的策略，以確保所得之解必為一局部最佳解；同時，為了改善搜尋效率，提出連續次區域搜尋的方法，以GA–NB沿可能的主動束制面在次區域空間連續搜尋。經由多個算例之測試可發現：此連續次區域之GA–NB搜尋策略，因每次搜尋空間大幅降低，故不需要太多的族群數即可使其求解之品質及穩定性大幅提升，所需運算量較傳統GA節省達60%~90%左右。一般而言，對於中、小型結構GA–NB求得最佳解之機率約在70%~100%間，最佳解的變異係數V均可控制在1.5%以下，故穩定性相當高。惟與DLM比較時，雖然有時候所得之解可較DLM佳，但所需之運算量約為DLM之20倍以上，若再考量其求解之穩定性與機率，則其求解效能仍較DLM差，特別是針對較大型結構的最佳化設計時，此一現象愈趨明顯。

(4) DLM–GA–NB混合演算法則是先藉由DLM快速尋得品質不錯之局部最佳解，再透過GA–NB跳脫出局部區域進行全域搜尋。經由三個大型桁架的測試，證明此一混合演算策略確可以進一步改善DLM求解品質的目的，但在整體設計過程中，GA–NB往往需要數十倍於DLM之計算時間方能找到更好的解，且對於結構輕量化設計而言，總體結構重量僅

下降不到5%。是否值得消耗如此多的計算量來換取更佳的設計解，應用者仍應依其實際需求來評估。

6.2 未來研究方向

本文所提出之構想及諸多測試，目的在印證DLM及GA兩種演算法於改良及混合搜尋程序的求解品質、效率及穩定性之差異，並檢討其優劣。雖然本文相關測試皆顯示DLM的求解品質相當不錯且計算效率高，而在GA–NB的輔助下，部分大型結構的最佳解亦可進一步改善，但已非常有限。如果單獨採用GA–NB，確實也可改善小型結構的輕量化設計求解效能，但處理大型結構的能力，不論求解品質或效率應該仍有相當程度的改善空間，且面對解空間愈大之問題(如本文中所列之132桿穹頂桁架、101桿平面桁架、200桿平面桁架(II)等問題，其解之組合均在10^{34}以上)，GA–NB仍舊需要使用較大族群(N_P=100)方能找到較佳的解，若能再改善其演化策略，相信對於求解之效能可再作進一步的提升。

由於GA的策略運用相當多樣化，故上述與GA相關的結論僅限於本研究所發展之方法作出評論，其他演化法的應用與改善策略仍值得更進一步來研究與探討。

除了22桿桁架之外，本文其他演算例並未真正考慮實務設計規範的規定來檢核，例如：樑柱構材的設計強度和挫屈的相關規定、構架的二次彎矩效應影響、...、等，因此，若要使最佳化設計真正

落實，相關規範的檢核工作，仍須進一步來考慮；雖然這是一件困難且複雜的工作，但卻是值得進一步來研究的課題。

離散最佳化問題的求解通常會較耗時，越大型的結構，所需計算時間亦越長，雖然目前PC的速度已經相當快，但遇到大型問題其計算時間仍然較久。但不論是GA或DLM，這兩個方法的架構都非常適合採用平行運算，因此未來亦可考慮利用較便宜的個人電腦叢集(PC cluster)來加速求解效能。

參考文獻

1、American Institute of Steel Construction, Inc., (1989). Manual of Construction: Allowable Stress Design, 9nd Edition, AISC, Chicago, Illinois.

2、Arora, J. S., and Govil, A. K., (1977). “An Efficient Method for Optimal Structural Design by Substructuring,” Computers and Structures, Vol. 7, No.4–B, pp.507–515.

3、Arora, J. S. (1989). Introduction to Optimum Design, McGraw–Hill.

4、Arora, J. S., Huang, M. W., and Hsieh, C. C. (1994). “Methods for Optimization of Nonlinear Problems with Discrete Variables: A Review,” Structural Optimization, Vol. 8, pp. 69–85.

5、Bauer, J. (1994). “A Survey of Method for Discrete Structural Optimum Design,” Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences, Vol. 1, pp. 27–38.

6、Belegundu, A. D. (1982). “A Study of Mathematical Programming Methods for Structural Optimization,” PhD. Thesis, University of Iowa, Department of Civil and Enviromental Engineering.

7、Cai, J. and Thierauf, G. (1993). “Discrete Optimization of Structures Using an Improved Penalty Function Method,” Engineering Optimization, Vol. 21, pp. 293–306.

8、Cai, J. and Thierauf, G. (1994). A Parallel Evolution Strategy for Solving Discrete Structural Optimization, In: Topping, B. H. V., Papadrakakis, M., Advances in parallel and vector processing for structural mechanics, Edinburgh: Civil–Comp Ltd., pp. 239–244.

9、Camp, C., Pezeshk, S. and Cao, G. (1998). “Optimized Design of Two–Dimensional Structures Using a Genetic Algorithm”, Journal of Structural Engineering, ASCE., Vol. 124, No. 5, pp. 551–559.

10、Cha, J. Z. and Mayne, R. W. (1989). “Optimization with Discrete Variables via Quadratic Programming, Part 2: Algorithms and Results,” Transactions of the ASME, Vol. 111, No. 3, pp. 130–136.

11、Chai, S. and Sun, H. C. (1996). “A Relative Difference Quotient Algorithm for Discrete Optimization,” Structural Optimization, Vol. 12, pp. 46–56.

12、Cheng, F. Y. and Juang, D. S. (1989). “Recursive Optimization for Seismic Steel Frames,” Journal of Structural Engineering, ASCE., Vol. 115, No. 2, pp.445–465.

13、Coello, C. A. and Christiansen, A. D., (2000). “Multiobjective Optimization of Trusses Using Genetic Algorithms,” Computers and Structures, Vol. 75, pp. 647–660.

14、Coello, C. A., Rudnick, M. and Christiansen, A. D. (1994). “Using Genetic Algorithms for Optimal Design of Trusses,” Proc. Int. Conf. on Tools with Artifical Intelligence, IEEE, pp. 88–94.

15、Coello, C. A. (2002). “Theoretical and Numerical Constraint–Handing Techniques Used with Evolutionary Algorithms: A Survey of the State of the Art,” Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 191, No. 12, pp. 1245–1287.

16、Davis, J. S. (1991). Handbook of Genetic Algorithms, Van Nostrand Reinhold.

17、De Jong, K. A. (1975), “An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems,” Ph.D. Dissertation, University of Michigan, Dissertation Abstracts International, No. 36, Vol. 10, 5140B. (University Microfilms No. 76–9381).

18、Duan, M. Z. (1986). “An Improved Templeman’s Algorithm for the Optimum Design of Trusses with Discrete Member Sizes,” Engineering Optimization, Vol. 9, pp. 303–312.

19、Erbatur, F., Hasancebi, O., Tutuncu, I. and Kilic, H. (2000). “Optimal Design of Planar and Space Structures with Genetic Algorithms,” Computers and Structures, Vol. 75, pp. 209–224.

20、Felix, J. and Vanderplaats, G. N. (1987). “Configuration Opti–mization of Trussed Subject to Strength, Displacement and Frequency Constraints,” Transactions of the ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 109, No. 2, pp. 233–241.

21、Forgel, L. J. (1999), Intelligence Through Simulated Evolution (Forty years of evolutionary programming),. Wiley Series on Intelligent Systems.

22、Galante, M. (1996). “Genetic Algorithms as an Approach to Opti–mize Real–World Trusses,” International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 39, pp. 361–382.

23、Garlinkel, R. and Nemhauser, G. (1992). Integer Programming, John Wiley and Sons, New York, N. Y.

24、Geman, S. and Geman, D. (1984). “Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions and the Bayesian Restoration of Images,” IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 6, pp. 721–741.

25、Gil, L. and Andreu, A. (2001). “Shape and Cross–Section Opti–mization of a Truss Structure,” Computers and Structures, Vol. 79, pp. 681–689.

26、Goldberg, D. E. and Samtani, M. P. (1986). “Engineering Opti–mization via Genetic Algorithm,” Proc., 9th Conf. Electronic Computation, ASCE., pp. 471–482.

27、Goldberg, D. E. (1989). Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning, Addison–Wesley, Massachusetts.

28、Grierson, D. E. and Pak, W. H. (1993). “Optimal Sizing, Geo–metrical and Topological Design Using Genetic Algorithms,” Structural Optimization, Vol. 6, pp. 151–159.

29、Groenwold, A. A., Stander, N. and Snyman, J. A. (1996). “A Pseudo–Discrete Rounding Method for Structural Optimization,” Structural Optimization, Vol. 11, pp. 218–227.

30、Groenwold, A. A., Stander, N., and Snyman, J. A. (1999).”A Regional Genetic Algorithms for the Discrete Optimal Design of Truss Structures,” International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 44, No.6, pp. 749–766.

31、Gupta, O. K. and Ravindran, A. (1984). “Nonlinear Mixed Integer Programming and Discrete Optimization,” Progress in Engineering Optimization, R. W. Mayne and K. M. Ragsdell, New York, N. Y. pp. 297–520.

32、Hajek, B. (1986). “Optimization by Simulated Annealing: A Nece–ssary and Sufficient Condition for Convergence,” in Adaptive Statistical Procedures and Related Topics, J. Van Ryzin, Institute of Mathematical Statistics: Hayward, C. A., pp. 417–427.

33、Hajek, B. (1988). “Cooling Schedules for Optimal Annealing,” Mathematics of Operations Research, Vol. 13, pp. 311–329.

34、Holland, J. H. (1962). “Outline for a Logical Theory of Adaptive System,” Journal of the Association for Computing Machinery, Vol. 3, pp.297–314.

35、Jivotovski, G. (2000). “A Gradient Based Heuristic Algorithm and its Application to Discrete Optimization of Bar Structures,” Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol. 19, pp. 237–248.

36、Juang, D. S., Wu, Y. T., and Chang, W. T. (2003). “Optimum Design of Truss Structures using Discrete Lagrangian Method,” Journal of the Chinese Institute of Engineers, Vol. 25, No. 6, pp. 755–766 (2003).

37、Kavile, D. and Powell, G. H. (1971). “Efficient Reanalysis of Modified Structures,” Journal of the Structural Division, ASCE., Vol. 97, No. 1, pp. 377–392.

38、Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D. and Vecchi, M. P. (1983). “Opti–mization by Simulated Annealing,” Science, Vol. 220, pp. 671–680.

39、Lin, C. Y. and Hajela, P. (1992). “Genetic Algorithms in Opti–mization Problems with Discrete and Integer Design Variables,” Engineering Optimization, Vol. 19, No. 4, pp. 309–327.

40、Nanakorn, P. and Meesomklin, K. (2001). “An Adaptive Penalty Function in Genetic Algorithms for Structural Design Optimiation,” Computers and Structures, Vol. 79, pp. 2527–2539.

41、Olsen, G. and Vanderplaats, G. N. (1989). “A Method for Nonlinear Optimization with Discrete Variables,” AIAA Journal, Vol. 27, No. 11, pp. 1584–1589.

42、Polson, A. G. (1993). “Discrete Optimal Design of Truss Structures,” M. Eng. Dissertation, Department. of Mechanical and Aeronautical Engineering, University of Pretoria.

43、Ponterosso, P. and Fox, D. S. J. (1999). “Heuristically Seeded Genetic Algorithms Applied to Truss Optimisation,” Engineering with Computers, Vol. 15, pp. 345–355.

44、Rajan, S. D. (1995). “Sizing, Shape, and Topology Design Optimization of Trusses using Genetic Algorithms,” Journal of Structural Engineering, ASCE., Vol. 121, No. 10, pp. 1480–1487.

45、Rajeev, S. and Krishnamoorthy, C. S. (1992). “Discrete Optimization of Structures Using Genetic Algorithms,” Journal of Structural Engineering, ASCE., Vol. 118, pp. 1233–1250.

46、Rajeev, S. and Krishnamoorthy, C. S. (1997). “Genetic Algorithms–Based Methodologies for Design Optimization of Trusses,” Journal of Structural Engineering, ASCE., Vol. 123, pp. 350–358.

47、Reiter, S. and Sherman, G. (1965). “Discrete Programming,” Society for Industrial and Applied Mathematics, Vol. 133, No. 6, pp. 864–889.

48、Ringertz, U. T. (1988). “On Methods for Discrete Structural Optimization,” Engineering Optimization, Vol. 13, pp. 47–64.

49、Salajegheh, E. and Salajegheh, J. (2002). “Optimum Design of Structures with Discrete Variables Using Higher Order Approximation,” Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 191, pp. 1395–1419.

50、Salajegheh, E. and Vanderplaats, G. N. (1993). “Efficient Optimum Design of Structures with Discrete Design Variables,” Space Structures, Vol. 8, pp. 199–208.

51、Sandgren, E. (1990). “Nonlinear Integer and Discrete Programming in Mechanical Design Optimization,” Journal of Mechanical Design, ASME., Vol. 112, No. 2, pp. 223–229.

52、Schmit, L. A. and Fleury, C. (1980). “Discrete–Continuous Variable Structural Synthesis Using Dual Methods,” AIAA Journal, Vol. 18, No. 4, pp. 1515–1524.

53、Shang, Y. and Wah, B. W. (1998). “A Discrete Lagrangian–Based Global–Search Method for Solving Satisfiability Problems,” Journal of Global Optimization, Vol. 12, No. 1, pp. 61–99.

54、Sui, Y. and Lin, Y. (1987). “The Optimization of Beam–Containing Structure with Discrete Cross–Section and its Computer Implementation on Plane Frame Structure,” Comp. Struct. Mech. Appl., Vol. 4, pp. 62–69.

55、Shin, D. K., Gurdal, Z. and Griffin, O. H. (1990), “A Penalty Approach for Nonlinear Optimization with Discrete Design Variables,” Engineering Optimization, Vol. 16, pp. 29–42.

56、Sun, H. C., Chai, S. and Wang, Y. F. (1995). Discrete Optimum Design of Structures, Dalian University of Technology.

57、Svanberg, K. (1981). “Optimization of Geometry in Truss Design,” Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 28, pp. 63–80.

58、Thanedar, P. B. and Vanderplaats, G. N. (1995). “Survey of Discrete Variable Optimization for Structural Design,” Journal of Structural Engineering, ASCE., Vol. 121, No. 2, pp. 301–306.

59、Toakley, R., (1968). “Optimum Design Using Available Sections,” Journal of Structural Division, ASCE, Vol.94, ST–5, pp.1219–1242.

60、Tong, W. H. and Liu, W. H. (2001). “An Optimization Procedure for Truss Structures with Discrete Design Variables and Dynamics Constrains.” Computers and Structures, Vol. 79, pp.155–162.

61、Trosset, M. W. (2002). “What is Simulated Annealing,” Opti–mization and Engineering, Vol. 2, pp. 201–213.

62、Tseng, C. H. Wang, L. W. and Ling, S. F. (1992). “A Numerical Study of the Branch and Bound Method in Structural Optimization,”

Technical Report, Department of Mechanical Engineering, National Chiao Tung University, Hsinchu, Taiwan.

63、Vanderplaats, G. N. (1990). “General Purpose Optimization Software for Engineering Design,” Proc., 3rd Air Force / NASA Symp. On Recent Adv. In Multi Disciplinary Anal. and Iptimization, San Francisco, C. A.

64、Wah, B. W. and Shang, Y. (1996). A Discrete Lagrangian–Based Global–Search Metod for Solving Satisfiability Problems, Proc. DIMACS Workshop on Satisfiability Problems, Theory and Applications, Du, D.Z., Gu, J., and Pardalos, P., AMS.

65、Wah, B. W., Shang, Y. and Wu, Z. (1997). “Discrete Lagrangian Method for Optimizing the Design of Multipilerless QMF Filter Banks,” Proc. Int’l Conf. On Application Specific Array Processors, IEEE, pp. 529–538.

66、Wah, B. and Wu, Z. (1999). “Discrete Lagrangian Methods for Designing Multiplierless Two–Channel PR–LP Filter Banks,” Journal of VLSI Signal Processing, Vol. 21, No. 2, pp. 131–150.

67、Whitley, D. (1989). “The Genitor Algorithm and Seiection Pressure: Why Rank–Based Allocation of Reproductive Trials is Best,” Proceeding of the Third International Conference on Genetic Algorithms, J. D. Schaffer, pp. 116–121, Morgan Kaufmann Publishers, San Mateo, California.

68、Wu, Z. (1998). “The Discrete Lagrangian Theory ans its Application to Solve Nonlinear Discrete Constrain Optimization Problems,” Master Thesis, Department of Computer Science, University of Illinois at Urbana–Champaign.

69、Wu, S. J. and Chow, P. T. (1995a). “The Application of Genetic Alogirthms to Discrete Optimation Problems,” Journal of the Chinese Society of Mechanical Engineers, Vol. 16, No. 6, pp. 587–598.

70、Wu, S. J. and Chow, P. T. (1995b): Integrated Discrete and Configuration Optimization of Trusses Using Genetic Algorithms,” Computers and Structures, Vol. 55, No. 4, pp. 695–702.

71、Yeh, I. C. (1999). “Hybrid Genetic Algorithms for Optimization of Truss Structures,” Computer–Aided Civil and Infrastructure Engineering, Vol.14, No.3, pp.199–206.

72、吳泳達(2003)，「離散拉格朗日法於結構最佳化設計之應用」，碩士論文，國立中央大學土木工程研究所，中壢。

73、張慰慈、莊德興(2002)，「應用動態懲罰係數與直接汰除策略之遺傳演算法於桁架離散最佳化設計」，中華民國第二十六屆全國力學會議論文集，D016，虎尾技術學院，雲林虎尾。

74、莊德興(2002)，「混合整數－離散實數－連續變數最佳化問題的拉格朗日解法」，中華民國第二十六屆全國力學會議論文集，虎尾技術學院，D003，雲林虎尾。

75、莊德興、吳朗益(2003)，「離散拉格朗日法於群樁基礎低價化設計之應用，」中國土木水利學刊，第十五卷，第二期，第93–104頁。

76、莊德興、吳明賢、余書維(2002)，「應用遺傳演算法於群樁基礎之低價化設計」，第六屆結構工程研討會論文集，屏東墾丁。

77、莊德興、張慰慈(2003)，「DLM–GA混合演算法於大型桁架離散最佳化設計之應用」，電子計算機於土木水利工程運用研討會論文集，臺北市。

78、莊德興、張慰慈、吳泳達(2003)，「離散拉格朗日演算法及其在結構最佳設計之應用」，電子計算機於土木水利工程運用研討會論文集，臺北市。

79、許博傑、林其禹(2001)，「實數編碼與二位元編碼遺傳演算法之性能比較」，中華民國第二十五屆全國力學會議論文集，臺中市，第1677–1688頁。

80、隋允康(1987)，「含樑結構離散斷面的最佳化及其平面構架的程序實現」，計算結構力學與其應用，第七冊，第三卷。

附錄A　25桿空間桁架細部資料及設計結果

A.1　細部設計資料

表A–1　25桿空間桁架節點對應自由度編號

節點	自由度			節點	自由度			節點	自由度		
	x向	y向	z向		x向	y向	z向		x向	y向	z向
1	1	2	3	3	7	8	9	5	13	14	15
2	4	5	6	4	10	11	12	6	16	17	18

表A–2　25桿空間桁架設計變數分組及桿件節點

變數	桿件	節點	變數	桿件	節點
1	1	(1, 2)	5	12, 13	(3, 4) , (5, 6)
2	2, 3 , 4, 5	(1, 4) , (2, 3) , (1, 5) , (2, 6)	6	14, 15 , 16, 17	(3, 10) , (6, 7) , (4, 9) , (5, 8)
3	6, 7 , 8, 9	(2, 5) , (2, 4) , (1, 3) , (1, 6)	7	18, 19 , 20, 21	(3, 8) , (4, 7) , (6, 9) , (5, 10)
4	10, 11	(3, 6) , (4, 5)	8	22, 23 , 24, 25	(3, 7) , (4, 8) , (5, 9) , (6, 10)

表A–3　25桿空間桁架載重資料

對應自由度方向	載重lbf (N)	對應自由度方向	載重lbf (N)
1	1000 (4453.74)	7	500 (2226.87)
2, 3, 5, 6	–10000 (44537.40)	16	600 (2672.24)

表A–4　25桿空間桁架斷面資料庫

編號	截面積	編號	截面積	編號	截面積	編號	截面積
1	0.1	9	0.9	17	1.7	25	2.5
2	0.2	10	1.0	18	1.8	26	2.6
3	0.3	11	1.1	19	1.9	27	2.8
4	0.4	12	1.2	20	2.0	28	3.0
5	0.5	13	1.3	21	2.1	29	3.2
6	0.6	14	1.4	22	2.2	30	3.4
7	0.7	15	1.5	23	2.3		
8	0.8	16	1.6	24	2.4		

(單位：in^2)

A.2 DLM設計結果

表A–5 25桿空間桁架設計結果(I)：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面
1	1	3	30	5	25	7	3
2	5	4	1	6	10	8	30

表A–6 25桿空間桁架設計結果(I)：節點位移

自由度	位移	自由度	位移	自由度	位移	自由度	位移
1	0.025	6	–0.050	11	0.008	16	0.023
2	–0.350	7	0.001	12	0.057	17	0.013
3	–0.048	8	0.008	13	–0.005	18	–0.125
4	0.031	9	0.057	14	0.013		
5	–0.347	10	0.012	15	–0.124		

(單位：in)

表A–7 25桿空間桁架設計結果(I)：構件應力

構件	應力	構件	應力	構件	應力	構件	應力
1	0.827	8	2.482	15	–3.936	22	2.972
2	1.126	9	–5.170	16	1.809	23	2.487
3	2.834	10	–0.683	17	–4.235	24	–6.303
4	–4.894	11	–0.775	18	1.567	25	–5.783
5	–3.122	12	1.514	19	2.088		
6	–5.383	13	–3.696	20	–4.519		
7	2.277	14	2.097	21	–3.732		

(單位：ksi)

A.3 GA–NB設計結果

表A–8 25桿空間桁架設計結果(II)：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面
1	1	3	30	5	21	7	5
2	3	4	1	6	10	8	30

表A–9 25桿空間桁架設計結果(II)：節點位移

自由度	位移	自由度	位移	自由度	位移	自由度	位移
1	0.045	6	–0.051	11	0.008	16	0.022
2	–0.350	7	–0.002	12	0.055	17	0.015
3	–0.047	8	0.009	13	–0.009	18	–0.123
4	0.041	9	0.058	14	0.015		
5	–0.348	10	0.011	15	–0.124		

(單位：in)

表A–10 25桿空間桁架設計結果(II)：構件應力

構件	應力	構件	應力	構件	應力	構件	應力
1	–0.572	8	2.588	15	–3.930	22	2.893
2	0.414	9	–5.334	16	1.815	23	2.403
3	3.294	10	–0.765	17	–4.226	24	–6.123
4	–5.883	11	–0.857	18	1.679	25	–5.608
5	–2.963	12	1.727	19	1.985		
6	–5.545	13	–4.150	20	–4.372		
7	2.380	14	2.106	21	–3.893		

(單位：ksi)

附錄B　72桿空間桁架細部資料及設計結果

B.1　細部設計資料

表B–1　72桿空間桁架節點對應自由度編號

節點	自由度			節點	自由度			節點	自由度		
	x向	y向	z向		x向	y向	z向		x向	y向	Z向
1	1	2	3	7	19	20	21	13	37	38	39
2	4	5	6	8	22	23	24	14	40	41	42
3	7	8	9	9	25	26	27	15	43	44	45
4	10	11	12	10	28	29	30	16	46	47	48
5	13	14	15	11	31	32	33				
6	16	17	18	12	34	35	36				

表B–2　72桿空間桁架設計變數分組及桿件節點

變數	桿件	節點
1	1, 2, 3, 4	(1, 5) , (2, 6) , (3, 7) , (4, 8)
2	5, 6, 7, 8 , 9, 10, 11, 12	(2, 5) , (1, 6) , (3, 6) , (2, 7) , (4, 7) , (3, 8) , (1, 8) , (4, 5)
3	13, 14, 15, 16	(1, 2) , (2, 3) , (3, 4) , (4, 1)
4	17, 18	(1, 3) , (2, 4)
5	19, 20, 21, 22	(5, 9) , (6, 10) , (7, 11) , (8, 12)
6	23, 24, 25, 26 , 27, 28, 29, 30	(6, 9) , (5, 10) , (7, 10) , (6, 11) , (8, 11) , (7, 12) , (5, 12) , (8, 9)
7	31, 32, 33, 34	(5, 6) , (6, 7) , (7, 8) , (8, 5)
8	35, 36	(5, 7) , (6, 8)
9	37, 38, 39, 40	(9, 13) , (10, 14) , (11, 15) , (12, 16)
10	41, 42, 43, 44 , 45, 46, 47, 48	(10, 13) , (9, 14) , (11, 14) , (10, 15) , (12, 15) , (11, 16) , (9, 16) , (12, 13)
11	49, 50, 51, 52	(9, 10) , (10, 11) , (11, 12) , (12, 9)
12	53, 54	(9, 11) , (10, 12)
13	55, 56, 57, 58	(13, 17) , (14, 18) , (15, 19) , (16, 20)
14	59, 60, 61, 62 , 63, 64, 65, 66	(14, 17) , (13, 18) , (15, 18) , (14, 19) , (16, 19) , (15, 20) , (13, 20) , (16, 17)
15	67, 68, 69, 70	(13, 14) , (14, 15) , (15, 16) , (16, 13)
16	71, 72	(13, 15) , (14, 16)

表B–3　72桿空間桁架載重資料

載重型式	對應自由度方向	載重kips(N)
1	1, 2	5 (22.27)
	3	–5 (–22.27)
2	3, 6, 9, 12	–5 (–22.27)

表B–4　72桿空間桁架斷面資料庫

編號	截面積	編號	截面積	編號	截面積
1	0.1	4	0.6	7	1.2
2	0.2	5	0.9	8	1.5
3	0.5	6	1.1	9	1.8

(單位：in^2)

B.2 GA–NB設計結果

表B–5 72桿空間桁架設計結果：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面
1	2	5	3	9	6	13	9
2	4	6	4	10	3	14	3
3	3	7	1	11	1	15	1
4	3	8	1	12	1	16	1

表B–6 72桿空間桁架設計結果：節點位移

自由度	位移		自由度	位移		自由度	位移	
	載重1	載重2		載重1	載重2		載重1	載重2
1	0.250	–0.006	17	0.146	–0.030	33	–0.050	–0.043
2	0.250	–0.006	18	–0.026	–0.104	34	0.090	–0.002
3	–0.053	–0.227	19	0.149	0.030	35	0.106	0.002
4	0.215	0.006	20	0.149	0.030	36	–0.013	–0.043
5	0.199	–0.006	21	–0.081	–0.104	37	0.050	–0.006
6	–0.028	–0.227	22	0.146	–0.030	38	0.050	–0.006
7	0.209	0.006	23	0.198	0.030	39	0.017	–0.016
8	0.209	0.006	24	–0.026	–0.104	40	0.051	0.006
9	–0.106	–0.227	25	0.120	–0.002	41	0.040	–0.006
10	0.199	–0.006	26	0.120	–0.002	42	–0.005	–0.016
11	0.215	0.006	27	0.033	–0.043	43	0.047	0.006
12	–0.028	–0.227	28	0.106	0.002	44	0.047	0.006
13	0.160	–0.030	29	0.090	–0.002	45	–0.023	–0.016
14	0.160	–0.030	30	–0.013	–0.043	46	0.040	–0.006
15	0.027	–0.104	31	0.102	0.002	47	0.051	0.006
16	0.198	0.030	32	0.102	0.002	48	–0.005	–0.016

(單位：in)

表B–7　72桿空間桁架設計結果：構件應力

構件	應力		構件	應力		構件	應力	
	載重1	載重2		載重1	載重2		載重1	載重2
1	–13.282	–20.467	25	1.675	0.116	49	–1.145	0.404
2	–0.308	–20.467	26	–2.146	0.116	50	1.008	0.404
3	–4.110	–20.467	27	–2.146	0.116	51	1.008	0.404
4	–0.308	–20.467	28	1.675	0.116	52	–1.145	0.404
5	1.824	–1.689	29	–2.276	0.116	53	–1.545	0.404
6	–4.367	–1.689	30	3.219	0.116	54	1.408	0.404
7	1.532	–1.689	31	3.108	4.948	55	2.911	–2.748
8	–1.594	–1.689	32	0.247	4.948	56	–0.883	–2.748
9	–1.594	–1.689	33	0.246	4.948	57	–3.914	–2.748
10	1.532	–1.689	34	3.108	4.948	58	–0.883	–2.748
11	–4.367	–1.689	35	–0.963	4.948	59	3.208	–0.119
12	1.824	–1.689	36	4.317	4.948	60	–2.745	–0.119
13	–2.889	1.062	37	2.523	–4.426	61	2.365	–0.119
14	0.780	1.062	38	–1.218	–4.426	62	–2.862	–0.119
15	0.780	1.062	39	–4.444	–4.426	63	–2.862	–0.119
16	–2.889	1.062	40	–1.218	–4.426	64	2.365	–0.119
17	–3.427	1.062	41	2.765	–0.293	65	–2.745	–0.119
18	1.318	1.062	42	–3.363	–0.293	66	3.208	–0.119
19	–0.912	–10.124	43	2.594	–0.293	67	0.072	1.078
20	–2.221	–10.124	44	–2.458	–0.293	68	0.578	1.078
21	–5.153	–10.124	45	–2.458	–0.293	69	0.578	1.078
22	–2.221	–10.124	46	2.594	–0.293	70	0.072	1.078
23	3.219	0.116	47	–3.363	–0.293	71	–0.225	1.078
24	–2.276	0.116	48	2.765	–0.293	72	0.875	1.078

(單位：ksi)

附錄C　10桿平面桁架細部資料及設計結果

C.1　細部設計資料

表C–1　10桿平面桁架節點對應自由度編號

節點	自由度		節點	自由度	
	x向	y向		x向	y向
1	1	2	3	5	6
2	3	4	4	7	8

表C–2　10桿空間桁架斷面資料庫

編號	截面積	編號	截面積	編號	截面積	編號	截面積
1	1.62	12	3.38	23	4.80	34	16.00
2	1.80	13	3.47	24	4.97	35	16.90
3	1.99	14	3.55	25	5.12	36	18.80
4	2.13	15	3.63	26	5.74	37	19.90
5	2.38	16	3.84	27	7.22	38	22.00
6	2.62	17	3.87	28	7.97	39	22.90
7	2.63	18	3.88	29	11.50	40	26.50
8	2.88	19	4.18	30	13.50	41	30.00
9	2.93	20	4.22	31	13.90	42	33.50
10	3.09	21	4.49	32	14.20		
11	3.13	22	4.59	33	15.50		

(單位：in^2)

C.2 DLM、GA–NB設計結果

表C–3 10桿平面桁架設計結果：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面
1	42	4	32	7	28	10	1
2	1	5	1	8	39		
3	39	6	1	9	38		

表C–4 10桿平面桁架設計結果：節點位移

自由度	位移	自由度	位移	自由度	位移	自由度	位移
1	0.278	3	–0.530	5	0.238	7	–0.281
2	–1.959	4	–1.999	6	–0.777	8	–1.288

(單位：in)

表C–5 10桿平面桁架設計結果：構件應力

構件	應力	構件	應力	構件	應力	構件	應力
1	6.603	4	–6.916	7	13.981	10	–1.566
2	1.107	5	14.197	8	–7.485		
3	–7.808	6	1.107	9	6.313		

(單位：ksi)

附錄D　36桿空間桁架細部資料及設計結果

D.1　細部設計資料

表D–1　36桿空間桁架節點對應自由度編號

節點	自由度			節點	自由度			節點	自由度		
	x向	y向	z向		x向	y向	z向		x向	y向	z向
4	1	2	3	7	10	11	12	10	19	20	21
5	4	5	6	8	13	14	15	11	22	23	24
6	7	8	9	9	16	17	18	12	25	26	27

表D–2　36桿空間桁架設計變數分組及桿件節點

變數	桿件	節點	變數	桿件	節點
1	1	(1, 4)	12	15	(11, 12)
2	2	(4, 7)	13	19, 31	(1, 6) , (2, 4)
3	3	(7, 10)	14	20, 32	(3, 4) , (1, 5)
4	4, 7	(3, 6) , (2, 5)	15	21, 33	(4, 9) , (5, 7)
5	5, 8	(6, 9) , (5, 8)	16	22, 34	(6, 7) , (4, 8)
6	6, 9	(9, 12) , (8, 11)	17	23, 35	(7, 12) , (8, 10)
7	10, 16	(4, 6) , (4, 5)	18	24, 36	(9, 10) , (7, 11)
8	11, 17	(7, 9) , (7, 8)	19	25, 26	(3, 5) , (2, 6)
9	12, 18	(10, 12) , (10, 11)	20	27, 28	(6, 8) , (5, 9)
10	13	(5, 6)	21	29, 30	(9, 11) , (8, 12)
11	14	(8, 9)			

表D–3　36桿空間桁架載重資料

載重型式	對應自由度方向	載重kips(N)
1	21	–100 (–445.37)
2	20	100 (445.37)

表D–4　36桿空間桁架斷面資料庫

編號	截面積	編號	截面積	編號	截面積	編號	截面積
1	5.0	8	40.0	15	75.0	22	110.0
2	10.0	9	45.0	16	80.0	23	115.0
3	15.0	10	50.0	17	85.0	24	120.0
4	20.0	11	55.0	18	90.0	25	125.0
5	25.0	12	60.0	19	95.0		
6	30.0	13	65.0	20	100.0		
7	35.0	14	70.0	21	105.0		

(單位：in^2)

D.2 GA設計結果

表D–5 36桿空間桁架設計結果(I)：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面
1	10	7	1	13	5	19	1
2	6	8	1	14	5	20	1
3	1	9	4	15	6	21	1
4	20	10	1	16	5		
5	14	11	1	17	6		
6	6	12	1	18	4		

表D–6 36桿空間桁架設計結果(I)：節點位移

自由度	位移		自由度	位移(in)		自由度	位移(in)	
	載重1	載重2		載重1	載重2		載重1	載重2
1	–0.195	0.000	10	–0.400	–0.001	19	–0.676	–0.036
2	0.000	0.459	11	–0.018	1.069	20	0.010	1.997
3	–0.321	0.002	12	–0.883	0.012	21	–1.777	–0.010
4	0.054	0.088	13	0.099	0.165	22	0.140	0.212
5	0.012	0.088	14	0.009	0.341	23	0.002	0.721
6	–0.232	–0.258	15	–0.797	–0.494	24	–1.706	–0.665
7	0.054	–0.088	16	0.099	–0.166	25	0.147	–0.218
8	–0.012	0.088	17	–0.009	0.341	26	–0.008	0.722
9	–0.232	0.254	18	–0.774	0.466	27	–1.681	0.635

(單位：in)

表D–7 36桿空間桁架設計結果(I)：構件應力

構件	應力		構件	應力		構件	應力	
	載重1	載重2		載重1	載重2		載重1	載重2
1	–5.430	0.013	13	–0.649	–0.001	25	0.592	0.001
2	–5.687	–0.051	14	–0.524	0.020	26	0.592	0.001
3	–7.660	–0.961	15	–0.293	0.020	27	0.326	–0.001
4	1.508	–2.433	16	1.972	–1.089	28	0.326	–0.001
5	1.240	–2.173	17	1.673	–2.074	29	0.414	–0.028
6	1.324	–1.459	18	1.799	1.953	30	0.414	–0.028
7	1.509	2.440	19	–2.118	2.451	31	1.146	3.169
8	1.239	2.151	20	1.148	–3.206	32	–2.120	–2.488
9	1.151	1.305	21	–1.424	2.456	33	1.302	2.330
10	1.982	0.912	22	1.557	–2.709	34	–1.704	–2.861
11	2.732	0.807	23	–1.942	2.067	35	1.025	2.873
12	2.060	–2.193	24	1.170	–3.970	36	–2.544	–2.761

(單位：ksi)

D.3 GA–NB設計結果

表D–8 36桿空間桁架設計結果(II)：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面
1	8	7	1	13	6	19	1
2	5	8	1	14	5	20	1
3	1	9	4	15	5	21	1
4	19	10	1	16	6		
5	11	11	1	17	6		
6	3	12	1	18	6		

表D–9 36桿空間桁架設計結果(II)：節點位移

自由度	位移		自由度	位移(in)		自由度	位移(in)	
	載重1	載重2		載重1	載重2		載重1	載重2
1	–0.239	–0.005	10	–0.483	0.001	19	–0.772	–0.006
2	0.004	0.425	11	0.013	1.043	20	0.003	1.999
3	–0.351	0.003	12	–0.981	–0.008	21	–1.994	–0.003
4	0.057	0.091	13	0.116	0.192	22	0.197	0.281
5	0.012	0.092	14	0.014	0.376	23	0.008	0.849
6	–0.239	–0.239	15	–0.882	–0.466	24	–1.915	–0.590
7	0.059	–0.093	16	0.115	–0.191	25	0.200	–0.283
8	–0.014	0.092	17	–0.017	0.375	26	–0.013	0.849
9	–0.226	0.234	18	–0.884	0.479	27	–1.906	0.582

(單位：in)

表D–10 36桿空間桁架設計結果(II)：構件應力

構件	應力		構件	應力		構件	應力	
	載重1	載重2		載重1	載重2		載重1	載重2
1	–6.646	–0.151	13	–0.725	–0.002	25	0.627	–0.016
2	–6.777	0.187	14	–0.851	–0.004	26	0.627	–0.016
3	–8.015	–0.208	15	–0.570	0.010	27	0.398	0.019
4	1.639	–2.587	16	2.587	–1.200	28	0.398	0.019
5	1.551	–2.720	17	2.358	–1.720	29	0.806	–0.014
6	2.370	–2.546	18	1.849	1.860	30	0.806	–0.014
7	1.594	2.525	19	–2.001	2.160	31	0.924	2.838
8	1.616	2.803	20	0.865	–3.064	32	–2.157	–2.251
9	2.276	2.483	21	–1.639	2.802	33	1.425	2.590
10	2.735	0.929	22	1.356	–2.379	34	–1.534	–2.555
11	1.927	2.448	23	–1.810	1.802	35	0.978	2.961
12	1.920	–1.912	24	0.911	–2.912	36	–1.744	–1.753

(單位：ksi)

附錄E　22桿平面桁架細部資料及設計結果

E.1　細部設計資料

表E–1　22桿平面桁架節點對應自由度編號

節點	自由度		節點	自由度		節點	自由度		節點	自由度	
	x向	y向		x向	y向		x向	y向		x向	y向
3	1	2	6	7	8	9	13	14	12	19	20
4	3	4	7	9	10	10	15	16	13	21	22
5	5	6	8	11	12	11	17	18			

表E–2　22桿平面桁架斷面資料庫：AISC–Pipe型鋼 (AISC, 1989)

斷面	斷面積A (in^2)	旋轉半徑r (in)	型鋼名稱	斷面	斷面積A (in^2)	旋轉半徑r (in)	型鋼名稱
1	0.250	0.261	P 1/2	16	2.680	1.340	P 3 1/2
2	0.320	0.250	EP 1/2	17	3.020	1.140	EP 3
3	0.333	0.334	P 3/4	18	3.170	1.510	P 4
4	0.433	0.321	EP 3/4	19	3.680	1.310	EP 3 1/2
5	0.494	0.421	P 1	20	4.300	1.880	P 5
6	0.639	0.407	EP 1	21	4.410	1.480	EP 4
7	0.669	0.540	P 1 1/4	22	5.580	2.250	P 6
8	0.799	0.623	P 1 1/2	23	6.110	1.840	EP 5
9	0.881	0.524	EP 1 1/4	24	8.400	2.190	EP 6
10	1.070	0.605	EP 1 1/2	25	8.400	2.940	P 8
11	1.070	0.787	P 2	26	11.900	3.670	P 10
12	1.480	0.766	EP 2	27	12.800	2.880	EP 8
13	1.700	0.947	P 2 1/2	28	14.600	4.380	P 12
14	2.230	1.160	P 3	29	16.100	3.630	EP 10
15	2.250	0.924	EP 2 1/2	30	19.200	4.330	EP 12

E.2 GA設計結果

表E–3 22桿平面桁架設計結果(I)：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面
1	16	7	16	13	12	19	6
2	18	8	13	14	12	20	10
3	15	9	12	15	12	21	7
4	13	10	11	16	11	22	6
5	11	11	6	17	6		
6	8	12	12	18	8		

表E–4 22桿平面桁架設計結果(I)：節點位移

自由度	位移	自由度	位移	自由度	位移	自由度	位移
1	–0.038	7	0.071	13	–0.124	19	0.163
2	–0.120	8	–0.305	14	–0.767	20	–1.122
3	0.031	9	–0.094	15	0.137	21	–0.176
4	–0.140	10	–0.521	16	–0.787	22	–1.468
5	–0.064	11	0.105	17	–0.155		
6	–0.285	12	–0.541	18	–1.094		

(單位：in)

表E–5 22桿平面桁架設計結果(I)：構件應力

構件	應力	構件	應力	構件	應力	構件	應力
1	–18.510	7	15.425	13	–7.448	19	21.564
2	–13.041	8	19.454	14	–7.448	20	12.878
3	–14.699	9	16.759	15	–7.448	21	20.597
4	–14.590	10	15.454	16	–10.302	22	21.563
5	–15.454	11	12.939	17	21.564		
6	–10.348	12	–7.448	18	17.246		

(單位：ksi)

E.3 GA–NB設計結果

表E–6 22桿平面桁架設計結果(II)：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面
1	16	7	14	13	11	19	6
2	16	8	13	14	11	20	6
3	14	9	12	15	11	21	6
4	13	10	8	16	11	22	6
5	11	11	4	17	6		
6	8	12	11	18	6		

表E–7 22桿平面桁架設計結果(II)：節點位移

自由度	位移	自由度	位移	自由度	位移	自由度	位移
1	–0.038	7	0.077	13	–0.129	19	0.193
2	–0.120	8	–0.347	14	–0.871	20	–1.254
3	0.038	9	–0.099	15	0.154	21	–0.182
4	–0.148	10	–0.571	16	–0.899	22	–1.626
5	–0.069	11	0.112	17	–0.161		
6	–0.319	12	–0.599	18	–1.226		

(單位：in)

表E–8 22桿平面桁架設計結果(II)：構件應力

構件	應力	構件	應力	構件	應力	構件	應力
1	–18.510	7	18.538	13	–10.302	19	21.564
2	–15.425	8	19.454	14	–10.302	20	21.564
3	–14.830	9	16.759	15	–10.302	21	21.563
4	–14.590	10	20.696	16	–10.302	22	21.563
5	–15.454	11	19.094	17	21.564		
6	–10.348	12	–10.302	18	21.564		

(單位：ksi)

附錄F　132桿穹頂桁架細部資料及設計結果

F.1　細部設計資料

表F–1　132桿穹頂桁架節點座標及對應自由度編號

節點	座標(in)			自由度		
	x	y	z	x向	y向	z向
1	0.0000	0.0000	59.8425	1	2	3
2	15.0000	–26.0000	56.8150	4	5	6
3	30.0000	0.0000	56.8150	7	8	9
4	15.0000	26.0000	56.8150	10	11	12
5	–15.0000	26.0000	56.8150	13	14	15
6	–30.0000	0.0000	56.8150	16	17	18
7	–15.0000	–26.0000	56.8150	19	20	21
8	0.0000	–52.0000	50.5669	22	23	24
9	30.0000	–52.0000	47.3386	25	26	27
10	45.0000	–26.0000	50.5669	28	29	30
11	60.0000	0.0000	47.3386	31	32	33
12	45.0000	26.0000	50.5669	34	35	36
13	30.0000	52.0000	47.3386	37	38	39
14	0.0000	52.0000	50.5669	40	41	42
15	–30.0000	52.0000	47.3386	43	44	45
16	–45.0000	26.0000	50.5669	46	47	48
17	–60.0000	0.0000	47.3386	49	50	51
18	–45.0000	–26.0000	50.5669	52	53	54
19	–30.0000	–52.0000	47.3386	55	56	57
20	–15.0000	–78.0000	37.1614	58	59	60
21	15.0000	–78.0000	37.1614	61	62	63
22	45.0000	–78.0000	29.8976	64	65	66
23	60.0000	–52.0000	37.1614	67	68	69
24	75.0000	–26.0000	37.1614	70	71	72
25	90.0000	0.0000	29.8976	73	74	75
26	75.0000	26.0000	37.1614	76	77	78
27	60.0000	52.0000	37.1614	79	80	81
28	45.0000	78.0000	29.8976	82	83	84
29	15.0000	78.0000	37.1614	85	86	87
30	–15.0000	78.0000	37.1614	88	89	90
31	–45.0000	78.0000	29.8976	91	92	93
32	–60.0000	52.0000	37.1614	94	95	96
33	–75.0000	26.0000	37.1614	97	98	99
34	–90.0000	0.0000	29.8976	100	101	102
35	–75.0000	–26.0000	37.1614	103	104	105
36	–60.0000	–52.0000	37.1614	106	107	108
37	–45.0000	–78.0000	29.8976	109	110	111

(表 F–1　Continuous)

38	–60.0000	–104.0000	0.0000	–	–	–
39	–30.0000	–104.0000	13.8661	–	–	–
40	0.0000	–104.0000	18.0945	–	–	–
41	30.0000	–104.0000	13.8661	–	–	–
42	60.0000	–104.0000	0.0000	–	–	–
43	75.0000	–78.0000	13.8661	–	–	–
44	90.0000	–52.0000	18.0945	–	–	–
45	105.0000	–26.0000	13.8661	–	–	–
46	120.0000	0.0000	0.0000	–	–	–
47	105.0000	26.0000	13.8661	–	–	–
48	90.0000	52.0000	18.0945	–	–	–
49	75.0000	78.0000	13.8661	–	–	–
50	60.0000	104.0000	0.0000	–	–	–
51	30.0000	104.0000	13.8661	–	–	–
52	0.0000	104.0000	18.0945	–	–	–
53	–30.0000	104.0000	13.8661	–	–	–
54	–60.0000	104.0000	0.0000	–	–	–
55	–75.0000	78.0000	13.8661	–	–	–
56	–90.0000	52.0000	18.0945	–	–	–
57	–105.0000	26.0000	13.8661	–	–	–
58	–120.0000	0.0000	0.0000	–	–	–
59	–105.0000	–26.0000	13.8661	–	–	–
60	–90.0000	–52.0000	18.0945	–	–	–
61	–75.0000	–78.0000	13.8661	–	–	–

表F–2　132桿穹頂桁架設計變數分組及桿件節點

變數	桿件	節點
1	3, 6	(1, 3) , (1, 6)
2	1, 2, 4, 5	(1, 5) , (1, 4) , (1, 2) , (1, 7)
3	8, 9, 11, 12	(3, 4) , (2, 3) , (6, 7) , (5, 6)
4	7, 10	(4, 5) , (2, 7)
5	19, 28	(3, 11) , (6, 17)
6	18, 20, 27, 29	(3, 12) , (3, 10) , (6, 18) , (6, 16)
7	17, 21, 26, 30	(4, 12) , (2, 10) , (7, 18) , (5, 16)
8	13, 16, 22, 25	(5, 15) , (4, 13) , (2, 9) , (7, 19)
9	14, 15, 23, 24	(5, 14) , (4, 14) , (2, 8) , (7, 8)
10	34, 35, 40, 41	(11, 12) , (10, 11) , (17, 18) , (16, 17)
11	33, 36, 39, 42	(12, 13) , (9, 10) , (18, 19) , (15, 16)
12	31, 32, 37, 38	(14, 15) , (13, 14) , (8, 9) , (8, 19)
13	53, 68	(11, 25) , (17, 34)
14	52, 54, 67, 69	(11, 26) , (11, 24) , (17, 35) , (17, 33)
15	51, 55, 66, 70	(12, 26) , (10, 24) , (18, 35) , (16, 33)
16	50, 56, 65, 71	(12, 27) , (10, 23) , (18, 36) , (16, 32)
17	49, 57, 64, 72	(13, 27) , (9, 23) , (19, 36) , (15, 32)
18	43, 48, 58, 63	(15, 31) , (13, 28) , (9, 22) , (19, 37)
19	44, 47, 59, 62	(15, 30) , (13, 29) , (9, 21) , (19, 20)
20	45, 46, 60, 61	(14, 30) , (14, 29) , (8, 21) , (8, 20)
21	78, 79, 87, 88	(25, 26) , (24, 25) , (34, 35) , (33, 34)
22	77, 80, 86, 89	(26, 27) , (23, 24) , (35, 36) , (32, 33)
23	76, 81, 85, 90	(27, 28) , (22, 23) , (36, 37) , (31, 32)
24	73, 75, 82, 84	(30, 31) , (28, 29) , (21, 22) , (20, 37)
25	74, 83	(29, 30) , (20, 21)
26	105, 126	(25, 46) , (34, 58)
27	104, 106, 125, 127	(25, 47) , (25, 45) , (34, 59) , (34, 57)
28	103, 107, 124, 128	(26, 47) , (24, 45) , (35, 59) , (33, 57)
29	102, 108, 123, 129	(26, 48) , (24, 44) , (35, 60) , (33, 56)
30	101, 109, 122, 130	(27, 48) , (23, 44) , (36, 60) , (32, 56)
31	100, 110, 121, 131	(27, 49) , (23, 43) , (36, 61) , (32, 55)
32	99, 111, 120, 132	(28, 49) , (22, 43) , (37, 61) , (31, 55)
33	91, 98, 112, 119	(31, 54) , (28, 50) , (22, 42) , (37, 38)
34	92, 97, 113, 118	(31, 53) , (28, 51) , (22, 41) , (37, 39)
35	93, 96, 114, 117	(30, 53) , (29, 51) , (21, 41) , (20, 39)
36	94, 95, 115, 116	(30, 52) , (29, 52) , (21, 40) , (20, 40)

表F–3　132桿穹頂桁架載重資料

載重型式	對應自由度方向	載重lb (N)
1	3	–0.98 (–4.3635)
2	3, 6, 9, 12, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 57, 60, 63, 66, 69, 72, 75, 78, 81, 84, 111	–0.98 (–4.3635)
3	3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60, 63, 66, 69, 72, 75, 78, 81, 84, 87, 90, 93, 96, 99, 102, 105, 108, 111	–0.98 (–4.3635)
4	3, 12, 15, 18, 21, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 84, 87, 90, 93, 96, 99, 102, 105, 108, 111	–0.98 (–4.3635)

表F–4　132桿穹頂桁架斷面資料庫

編號	截面積	編號	截面積	編號	截面積
1	0.155	4	0.620	7	1.085
2	0.310	5	0.775	8	1.240
3	0.465	6	0.930	9	1.395

(單位：in^2)

F.2 GA–NB設計結果

表F–5 132桿穹頂桁架設計結果(I)：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面
1	7	10	3	19	3	28	2
2	6	11	3	20	4	29	3
3	6	12	3	21	2	30	1
4	5	13	2	22	1	31	4
5	3	14	3	23	2	32	2
6	3	15	2	24	1	33	1
7	3	16	3	25	1	34	2
8	4	17	3	26	1	35	2
9	3	18	3	27	2	36	2

表F–6　132桿穹頂桁架設計結果(I)：節點位移

自由度	位移				自由度	位移			
	載重1	載重2	載重3	載重4		載重1	載重2	載重3	載重4
1	0.000	–0.037	0.000	0.037	57	0.001	–0.090	–0.070	–0.099
2	0.000	0.023	0.000	–0.023	58	–0.001	–0.013	0.003	0.019
3	–0.099	–0.089	–0.073	–0.089	59	–0.006	0.047	0.019	–0.059
4	0.002	–0.037	–0.003	0.042	60	0.006	–0.091	–0.060	0.065
5	–0.003	0.028	0.005	–0.028	61	0.001	–0.024	–0.003	0.030
6	–0.009	–0.099	–0.074	0.013	62	–0.006	0.048	0.019	–0.049
7	0.005	–0.040	–0.004	0.044	63	0.006	–0.094	–0.060	0.056
8	0.000	0.021	0.000	–0.024	64	0.003	–0.034	–0.013	0.030
9	–0.008	–0.100	–0.076	0.012	65	–0.005	0.050	0.026	–0.036
10	0.002	–0.043	–0.003	0.033	66	0.005	–0.093	–0.065	0.042
11	0.003	0.014	–0.005	–0.033	67	0.005	–0.039	–0.005	0.046
12	–0.009	–0.097	–0.074	–0.097	68	–0.004	0.041	0.013	–0.039
13	–0.002	–0.042	0.003	0.037	69	0.007	–0.092	–0.044	0.065
14	0.003	0.028	–0.005	–0.028	70	0.005	–0.052	–0.012	0.055
15	–0.009	0.013	–0.074	–0.099	71	–0.001	0.019	0.004	–0.020
16	–0.005	–0.044	0.004	0.040	72	0.005	–0.090	–0.043	0.063
17	0.000	0.024	0.000	–0.021	73	0.004	–0.058	–0.031	0.039
18	–0.008	0.012	–0.076	–0.100	74	0.000	0.006	0.000	–0.007
19	–0.002	–0.033	0.003	0.043	75	0.004	–0.090	–0.065	0.035
20	–0.003	0.033	0.005	–0.014	76	0.005	–0.040	–0.012	0.046
21	–0.009	–0.097	–0.074	–0.097	77	0.001	0.001	–0.004	–0.004
22	0.000	–0.027	0.000	0.034	78	0.005	–0.067	–0.043	0.041
23	–0.002	0.042	0.018	–0.035	79	0.005	–0.030	–0.005	0.052
24	–0.005	–0.099	–0.078	0.017	80	0.004	–0.008	–0.013	0.007
25	0.002	–0.033	–0.006	0.034	81	0.007	–0.058	–0.044	0.042
26	–0.004	0.036	0.013	–0.031	82	0.003	–0.029	–0.013	–0.005
27	0.001	–0.093	–0.070	0.026	83	0.005	–0.019	–0.026	–0.045
28	0.002	–0.044	–0.013	0.039	84	0.005	–0.069	–0.065	–0.078
29	–0.001	0.028	0.009	–0.024	85	0.001	–0.019	–0.003	0.013
30	–0.005	–0.099	–0.081	0.016	86	0.006	0.059	–0.019	–0.047
31	0.005	–0.043	–0.010	0.044	87	0.006	0.065	–0.060	–0.091
32	0.000	0.013	0.000	–0.016	88	–0.001	–0.030	0.003	0.024
33	0.002	–0.087	–0.062	0.029	89	0.006	0.049	–0.019	–0.048
34	0.002	–0.047	–0.013	0.046	90	0.006	0.056	–0.060	–0.094
35	0.001	0.004	–0.009	–0.014	91	–0.003	–0.030	0.013	0.034
36	–0.005	–0.100	–0.081	0.013	92	0.005	0.036	–0.026	–0.050
37	0.002	–0.044	–0.006	0.020	93	0.005	0.042	–0.065	–0.093
38	0.004	–0.004	–0.013	–0.040	94	–0.005	–0.046	0.005	0.039
39	0.001	–0.099	–0.070	–0.090	95	0.004	0.039	–0.013	–0.041
40	0.000	–0.034	0.000	0.027	96	0.007	0.065	–0.044	–0.092
41	0.002	0.035	–0.018	–0.042	97	–0.005	–0.055	0.012	0.052
42	–0.005	0.017	–0.078	–0.099	98	0.001	0.020	–0.004	–0.019
43	–0.002	–0.034	0.006	0.033	99	0.005	0.063	–0.043	–0.090
44	0.004	0.031	–0.013	–0.036	100	–0.004	–0.039	0.031	0.058
45	0.001	0.026	–0.070	–0.093	101	0.000	0.007	0.000	–0.006

(表 F–6　Continuous)

46	–0.002	–0.039	0.013	0.044	102	0.004	0.035	–0.065	–0.090
47	0.001	0.024	–0.009	–0.028	103	–0.005	–0.046	0.012	0.040
48	–0.005	0.016	–0.081	–0.099	104	–0.001	0.004	0.004	–0.001
49	–0.005	–0.044	0.010	0.043	105	0.005	0.041	–0.043	–0.067
50	0.000	0.016	0.000	–0.013	106	–0.005	–0.052	0.005	0.030
51	0.002	0.029	–0.062	–0.087	107	–0.004	–0.007	0.013	0.008
52	–0.002	–0.046	0.013	0.047	108	0.007	0.042	–0.044	–0.058
53	–0.001	0.014	0.009	–0.004	109	–0.003	0.005	0.013	0.029
54	–0.005	0.013	–0.081	–0.100	110	–0.005	0.045	0.026	0.019
55	–0.002	–0.020	0.006	0.044	111	0.005	–0.078	–0.065	–0.069
56	–0.004	0.040	0.013	0.004					

(單位：in)

表F–7　132桿穹頂桁架設計結果(I)：構件應力

構件	應力				構件	應力			
	載重1	載重2	載重3	載重4		載重1	載重2	載重3	載重4
1	–1.750	–1.124	–1.863	–1.142	67	0.038	2.095	–3.259	–4.716
2	–1.750	–3.170	–1.863	–3.152	68	–0.449	–2.170	–4.611	–3.236
3	–1.499	–0.810	–1.305	–0.826	69	0.038	–0.769	–3.259	–2.661
4	–1.750	–1.142	–1.863	–1.124	70	–0.394	–1.466	–4.325	–3.384
5	–1.750	–3.152	–1.863	–3.170	71	–0.290	–1.404	–4.101	–3.142
6	–1.499	–0.826	–1.305	–0.810	72	0.045	–0.428	–2.336	–2.021
7	1.467	–0.395	–1.702	–1.450	73	0.583	0.863	–2.849	–3.147
8	1.225	–1.373	–1.736	–0.496	74	0.942	3.583	–1.751	–3.531
9	1.225	–2.726	–1.736	1.548	75	0.583	7.102	–2.849	–6.457
10	1.467	–1.450	–1.702	–0.395	76	0.421	–2.497	–0.754	3.978
11	1.225	–0.496	–1.736	–1.373	77	0.999	–4.121	–3.581	2.154
12	1.225	1.548	–1.736	–2.726	78	0.329	–2.261	–2.395	0.138
13	–0.617	–1.549	–2.938	–1.941	79	0.329	–4.534	–2.395	3.029
14	–0.252	2.890	–3.518	–5.370	80	0.999	–8.189	–3.581	6.630
15	–0.252	–3.239	–3.518	–1.515	81	0.421	–3.207	–0.754	3.527
16	–0.617	–4.628	–2.938	–4.548	82	0.583	–3.147	–2.849	0.863
17	–0.255	–1.106	–2.867	–2.969	83	0.942	–3.531	–1.751	3.583
18	–0.260	–5.529	–3.647	2.900	84	0.583	–6.457	–2.849	7.102
19	–0.814	–2.014	–3.076	–1.741	85	0.421	3.978	–0.754	–2.497
20	–0.260	–2.765	–3.647	–1.276	86	0.999	2.154	–3.581	–4.121
21	–0.255	–2.269	–2.867	–0.945	87	0.329	0.138	–2.395	–2.261
22	–0.617	–1.941	–2.938	–1.549	88	0.329	3.029	–2.395	–4.534
23	–0.252	–5.370	–3.518	2.890	89	0.999	6.630	–3.581	–8.189
24	–0.252	–1.515	–3.518	–3.239	90	0.421	3.527	–0.754	–3.207
25	–0.617	–4.548	–2.938	–4.628	91	–0.112	–0.728	–5.835	–5.348
26	–0.255	–2.969	–2.867	–1.106	92	0.032	1.520	–4.750	–5.900
27	–0.260	2.900	–3.647	–5.529	93	–0.230	–2.845	–5.894	–3.957
28	–0.814	–1.741	–3.076	–2.014	94	–0.115	1.965	–5.383	–6.939
29	–0.260	–1.276	–3.647	–2.765	95	–0.115	–4.534	–5.383	–2.487
30	–0.255	–0.945	–2.867	–2.269	96	–0.230	1.830	–5.894	–7.402
31	0.549	0.001	–2.172	–2.113	97	0.032	–8.709	–4.750	–1.410
32	0.549	0.763	–2.172	–2.558	98	–0.112	–6.123	–5.835	–6.010
33	0.568	–2.740	–2.652	0.475	99	–0.111	–2.042	–5.487	–9.348
34	0.557	–2.479	–2.828	–0.320	100	–0.194	–4.660	–4.225	0.180
35	0.557	–4.437	–2.828	2.408	101	–0.062	–1.491	–5.359	–5.831
36	0.568	–4.274	–2.652	2.441	102	–0.100	–5.400	–4.081	1.606
37	0.549	–2.112	–2.172	0.001	103	–0.227	–2.376	–4.319	–2.827
38	0.549	–2.558	–2.172	0.763	104	–0.040	–6.089	–4.920	1.450
39	0.568	0.475	–2.652	–2.740	105	–0.094	–5.181	–5.578	–0.599
40	0.557	–0.320	–2.828	–2.479	106	–0.040	–3.584	–4.920	–1.736
41	0.557	2.408	–2.828	–4.437	107	–0.227	–3.516	–4.319	–1.225
42	0.568	2.441	–2.652	–4.274	108	–0.100	–3.232	–4.081	–1.156
43	–0.325	–1.808	–4.259	–3.070	109	–0.062	–4.488	–5.359	–1.173
44	0.064	2.134	–2.840	–4.290	110	–0.194	–3.342	–4.225	–1.288
45	–0.203	–1.982	–2.829	–1.582	111	–0.111	–4.099	–5.487	–1.890
46	–0.203	1.701	–2.829	–3.954	112	–0.112	–5.348	–5.835	–0.728

(表 F–7　Continuous)

47	0.064	–3.863	–2.840	–0.511	113	0.032	–5.900	–4.750	1.520
48	–0.325	–5.725	–4.259	–5.582	114	–0.230	–3.957	–5.894	–2.845
49	0.045	–0.185	–2.336	–3.695	115	–0.115	–6.939	–5.383	1.965
50	–0.290	–5.644	–4.101	2.244	116	–0.115	–2.487	–5.383	–4.534
51	–0.394	–2.205	–4.325	–3.478	117	–0.230	–7.402	–5.894	1.830
52	0.038	–4.716	–3.259	2.095	118	0.032	–1.410	–4.750	–8.709
53	–0.449	–3.236	–4.611	–2.170	119	–0.112	–6.010	–5.835	–6.123
54	0.038	–2.661	–3.259	–0.769	120	–0.111	–9.348	–5.487	–2.042
55	–0.394	–3.384	–4.325	–1.466	121	–0.194	0.180	–4.225	–4.660
56	–0.290	–3.142	–4.101	–1.404	122	–0.062	–5.831	–5.359	–1.491
57	0.045	–2.021	–2.336	–0.428	123	–0.100	1.606	–4.081	–5.400
58	–0.325	–3.070	–4.259	–1.808	124	–0.227	–2.827	–4.319	–2.376
59	0.064	–4.290	–2.840	2.134	125	–0.040	1.450	–4.920	–6.089
60	–0.203	–1.582	–2.829	–1.982	126	–0.094	–0.599	–5.578	–5.181
61	–0.203	–3.954	–2.829	1.701	127	–0.040	–1.736	–4.920	–3.584
62	0.064	–0.511	–2.840	–3.863	128	–0.227	–1.225	–4.319	–3.516
63	–0.325	–5.582	–4.259	–5.725	129	–0.100	–1.156	–4.081	–3.232
64	0.045	–3.695	–2.336	–0.185	130	–0.062	–1.173	–5.359	–4.488
65	–0.290	2.244	–4.101	–5.644	131	–0.194	–1.288	–4.225	–3.342
66	–0.394	–3.478	–4.325	–2.205	132	–0.111	–1.890	–5.487	–4.099

(單位：ksi)

F.3 DLM設計結果

表F–8　132桿穹頂桁架設計結果(II)：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面
1	7	10	3	19	3	28	2
2	6	11	3	20	4	29	3
3	6	12	3	21	2	30	1
4	5	13	2	22	1	31	4
5	3	14	3	23	2	32	2
6	3	15	2	24	1	33	1
7	3	16	3	25	1	34	2
8	4	17	3	26	1	35	2
9	3	18	3	27	2	36	2

表F–9　132桿穹頂桁架設計結果(II)：節點位移

自由度	位移				自由度	位移			
	載重1	載重2	載重3	載重4		載重1	載重2	載重3	載重4
1	0.000	–0.037	0.000	0.037	57	0.001	–0.090	–0.070	–0.099
2	0.000	0.023	0.000	–0.023	58	–0.001	–0.013	0.003	0.019
3	–0.099	–0.089	–0.073	–0.089	59	–0.006	0.047	0.019	–0.059
4	0.002	–0.037	–0.003	0.042	60	0.006	–0.091	–0.060	0.065
5	–0.003	0.028	0.005	–0.028	61	0.001	–0.024	–0.003	0.030
6	–0.009	–0.099	–0.074	0.013	62	–0.006	0.048	0.019	–0.049
7	0.005	–0.040	–0.004	0.044	63	0.006	–0.094	–0.060	0.056
8	0.000	0.021	0.000	–0.024	64	0.003	–0.034	–0.013	0.030
9	–0.008	–0.100	–0.076	0.012	65	–0.005	0.050	0.026	–0.036
10	0.002	–0.043	–0.003	0.033	66	0.005	–0.093	–0.065	0.042
11	0.003	0.014	–0.005	–0.033	67	0.005	–0.039	–0.005	0.046
12	–0.009	–0.097	–0.074	–0.097	68	–0.004	0.041	0.013	–0.039
13	–0.002	–0.042	0.003	0.037	69	0.007	–0.092	–0.044	0.065
14	0.003	0.028	–0.005	–0.028	70	0.005	–0.052	–0.012	0.055
15	–0.009	0.013	–0.074	–0.099	71	–0.001	0.019	0.004	–0.020
16	–0.005	–0.044	0.004	0.040	72	0.005	–0.090	–0.043	0.063
17	0.000	0.024	0.000	–0.021	73	0.004	–0.058	–0.031	0.039
18	–0.008	0.012	–0.076	–0.100	74	0.000	0.006	0.000	–0.007
19	–0.002	–0.033	0.003	0.043	75	0.004	–0.090	–0.065	0.035
20	–0.003	0.033	0.005	–0.014	76	0.005	–0.040	–0.012	0.046
21	–0.009	–0.097	–0.074	–0.097	77	0.001	0.001	–0.004	–0.004
22	0.000	–0.027	0.000	0.034	78	0.005	–0.067	–0.043	0.041
23	–0.002	0.042	0.018	–0.035	79	0.005	–0.030	–0.005	0.052
24	–0.005	–0.099	–0.078	0.017	80	0.004	–0.008	–0.013	0.007
25	0.002	–0.033	–0.006	0.034	81	0.007	–0.058	–0.044	0.042
26	–0.004	0.036	0.013	–0.031	82	0.003	–0.029	–0.013	–0.005
27	0.001	–0.093	–0.070	0.026	83	0.005	–0.019	–0.026	–0.045
28	0.002	–0.044	–0.013	0.039	84	0.005	–0.069	–0.065	–0.078
29	–0.001	0.028	0.009	–0.024	85	0.001	–0.019	–0.003	0.013
30	–0.005	–0.099	–0.081	0.016	86	0.006	0.059	–0.019	–0.047
31	0.005	–0.043	–0.010	0.044	87	0.006	0.065	–0.060	–0.091
32	0.000	0.013	0.000	–0.016	88	–0.001	–0.030	0.003	0.024
33	0.002	–0.087	–0.062	0.029	89	0.006	0.049	–0.019	–0.048
34	0.002	–0.047	–0.013	0.046	90	0.006	0.056	–0.060	–0.094
35	0.001	0.004	–0.009	–0.014	91	–0.003	–0.030	0.013	0.034
36	–0.005	–0.100	–0.081	0.013	92	0.005	0.036	–0.026	–0.050
37	0.002	–0.044	–0.006	0.020	93	0.005	0.042	–0.065	–0.093
38	0.004	–0.004	–0.013	–0.040	94	–0.005	–0.046	0.005	0.039
39	0.001	–0.099	–0.070	–0.090	95	0.004	0.039	–0.013	–0.041
40	0.000	–0.034	0.000	0.027	96	0.007	0.065	–0.044	–0.092
41	0.002	0.035	–0.018	–0.042	97	–0.005	–0.055	0.012	0.052
42	–0.005	0.017	–0.078	–0.099	98	0.001	0.020	–0.004	–0.019
43	–0.002	–0.034	0.006	0.033	99	0.005	0.063	–0.043	–0.090
44	0.004	0.031	–0.013	–0.036	100	–0.004	–0.039	0.031	0.058
45	0.001	0.026	–0.070	–0.093	101	0.000	0.007	0.000	–0.006

(表 F–9　Continuous)

46	–0.002	–0.039	0.013	0.044	102	0.004	0.035	–0.065	–0.090
47	0.001	0.024	–0.009	–0.028	103	–0.005	–0.046	0.012	0.040
48	–0.005	0.016	–0.081	–0.099	104	–0.001	0.004	0.004	–0.001
49	–0.005	–0.044	0.010	0.043	105	0.005	0.041	–0.043	–0.067
50	0.000	0.016	0.000	–0.013	106	–0.005	–0.052	0.005	0.030
51	0.002	0.029	–0.062	–0.087	107	–0.004	–0.007	0.013	0.008
52	–0.002	–0.046	0.013	0.047	108	0.007	0.042	–0.044	–0.058
53	–0.001	0.014	0.009	–0.004	109	–0.003	0.005	0.013	0.029
54	–0.005	0.013	–0.081	–0.100	110	–0.005	0.045	0.026	0.019
55	–0.002	–0.020	0.006	0.044	111	0.005	–0.078	–0.065	–0.069
56	–0.004	0.040	0.013	0.004					

(單位：in)

表F–10　132桿穹頂桁架設計結果(II)：構件應力

構件	應力				構件	應力			
	載重1	載重2	載重3	載重4		載重1	載重2	載重3	載重4
1	–1.750	–1.124	–1.863	–1.142	67	0.038	2.095	–3.259	–4.716
2	–1.750	–3.170	–1.863	–3.152	68	–0.449	–2.170	–4.611	–3.236
3	–1.499	–0.810	–1.305	–0.826	69	0.038	–0.769	–3.259	–2.661
4	–1.750	–1.142	–1.863	–1.124	70	–0.394	–1.466	–4.325	–3.384
5	–1.750	–3.152	–1.863	–3.170	71	–0.290	–1.404	–4.101	–3.142
6	–1.499	–0.826	–1.305	–0.810	72	0.045	–0.428	–2.336	–2.021
7	1.467	–0.395	–1.702	–1.450	73	0.583	0.863	–2.849	–3.147
8	1.225	–1.373	–1.736	–0.496	74	0.942	3.583	–1.751	–3.531
9	1.225	–2.726	–1.736	1.548	75	0.583	7.102	–2.849	–6.457
10	1.467	–1.450	–1.702	–0.395	76	0.421	–2.497	–0.754	3.978
11	1.225	–0.496	–1.736	–1.373	77	0.999	–4.121	–3.581	2.154
12	1.225	1.548	–1.736	–2.726	78	0.329	–2.261	–2.395	0.138
13	–0.617	–1.549	–2.938	–1.941	79	0.329	–4.534	–2.395	3.029
14	–0.252	2.890	–3.518	–5.370	80	0.999	–8.189	–3.581	6.630
15	–0.252	–3.239	–3.518	–1.515	81	0.421	–3.207	–0.754	3.527
16	–0.617	–4.628	–2.938	–4.548	82	0.583	–3.147	–2.849	0.863
17	–0.255	–1.106	–2.867	–2.969	83	0.942	–3.531	–1.751	3.583
18	–0.260	–5.529	–3.647	2.900	84	0.583	–6.457	–2.849	7.102
19	–0.814	–2.014	–3.076	–1.741	85	0.421	3.978	–0.754	–2.497
20	–0.260	–2.765	–3.647	–1.276	86	0.999	2.154	–3.581	–4.121
21	–0.255	–2.269	–2.867	–0.945	87	0.329	0.138	–2.395	–2.261
22	–0.617	–1.941	–2.938	–1.549	88	0.329	3.029	–2.395	–4.534
23	–0.252	–5.370	–3.518	2.890	89	0.999	6.630	–3.581	–8.189
24	–0.252	–1.515	–3.518	–3.239	90	0.421	3.527	–0.754	–3.207
25	–0.617	–4.548	–2.938	–4.628	91	–0.112	–0.728	–5.835	–5.348
26	–0.255	–2.969	–2.867	–1.106	92	0.032	1.520	–4.750	–5.900
27	–0.260	2.900	–3.647	–5.529	93	–0.230	–2.845	–5.894	–3.957
28	–0.814	–1.741	–3.076	–2.014	94	–0.115	1.965	–5.383	–6.939
29	–0.260	–1.276	–3.647	–2.765	95	–0.115	–4.534	–5.383	–2.487
30	–0.255	–0.945	–2.867	–2.269	96	–0.230	1.830	–5.894	–7.402
31	0.549	0.001	–2.172	–2.113	97	0.032	–8.709	–4.750	–1.410
32	0.549	0.763	–2.172	–2.558	98	–0.112	–6.123	–5.835	–6.010
33	0.568	–2.740	–2.652	0.475	99	–0.111	–2.042	–5.487	–9.348
34	0.557	–2.479	–2.828	–0.320	100	–0.194	–4.660	–4.225	0.180
35	0.557	–4.437	–2.828	2.408	101	–0.062	–1.491	–5.359	–5.831
36	0.568	–4.274	–2.652	2.441	102	–0.100	–5.400	–4.081	1.606
37	0.549	–2.112	–2.172	0.001	103	–0.227	–2.376	–4.319	–2.827
38	0.549	–2.558	–2.172	0.763	104	–0.040	–6.089	–4.920	1.450
39	0.568	0.475	–2.652	–2.740	105	–0.094	–5.181	–5.578	–0.599
40	0.557	–0.320	–2.828	–2.479	106	–0.040	–3.584	–4.920	–1.736
41	0.557	2.408	–2.828	–4.437	107	–0.227	–3.516	–4.319	–1.225
42	0.568	2.441	–2.652	–4.274	108	–0.100	–3.232	–4.081	–1.156
43	–0.325	–1.808	–4.259	–3.070	109	–0.062	–4.488	–5.359	–1.173
44	0.064	2.134	–2.840	–4.290	110	–0.194	–3.342	–4.225	–1.288
45	–0.203	–1.982	–2.829	–1.582	111	–0.111	–4.099	–5.487	–1.890
46	–0.203	1.701	–2.829	–3.954	112	–0.112	–5.348	–5.835	–0.728

(表 F−10　Continuous)

47	0.064	−3.863	−2.840	−0.511	113	0.032	−5.900	−4.750	1.520
48	−0.325	−5.725	−4.259	−5.582	114	−0.230	−3.957	−5.894	−2.845
49	0.045	−0.185	−2.336	−3.695	115	−0.115	−6.939	−5.383	1.965
50	−0.290	−5.644	−4.101	2.244	116	−0.115	−2.487	−5.383	−4.534
51	−0.394	−2.205	−4.325	−3.478	117	−0.230	−7.402	−5.894	1.830
52	0.038	−4.716	−3.259	2.095	118	0.032	−1.410	−4.750	−8.709
53	−0.449	−3.236	−4.611	−2.170	119	−0.112	−6.010	−5.835	−6.123
54	0.038	−2.661	−3.259	−0.769	120	−0.111	−9.348	−5.487	−2.042
55	−0.394	−3.384	−4.325	−1.466	121	−0.194	0.180	−4.225	−4.660
56	−0.290	−3.142	−4.101	−1.404	122	−0.062	−5.831	−5.359	−1.491
57	0.045	−2.021	−2.336	−0.428	123	−0.100	1.606	−4.081	−5.400
58	−0.325	−3.070	−4.259	−1.808	124	−0.227	−2.827	−4.319	−2.376
59	0.064	−4.290	−2.840	2.134	125	−0.040	1.450	−4.920	−6.089
60	−0.203	−1.582	−2.829	−1.982	126	−0.094	−0.599	−5.578	−5.181
61	−0.203	−3.954	−2.829	1.701	127	−0.040	−1.736	−4.920	−3.584
62	0.064	−0.511	−2.840	−3.863	128	−0.227	−1.225	−4.319	−3.516
63	−0.325	−5.582	−4.259	−5.725	129	−0.100	−1.156	−4.081	−3.232
64	0.045	−3.695	−2.336	−0.185	130	−0.062	−1.173	−5.359	−4.488
65	−0.290	2.244	−4.101	−5.644	131	−0.194	−1.288	−4.225	−3.342
66	−0.394	−3.478	−4.325	−2.205	132	−0.111	−1.890	−5.487	−4.099

(單位：ksi)

F.4 DLM–GA–NB設計結果

表F–11　132桿穹頂桁架設計結果(III)：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面
1	6	10	3	19	2	28	2
2	7	11	3	20	4	29	4
3	5	12	2	21	2	30	2
4	7	13	2	22	1	31	4
5	2	14	3	23	1	32	2
6	4	15	2	24	1	33	1
7	2	16	3	25	1	34	2
8	4	17	3	26	1	35	2
9	4	18	3	27	2	36	2

表F–12　132桿穹頂桁架設計結果(III)：節點位移

自由度	位移				自由度	位移			
	載重1	載重2	載重3	載重4		載重1	載重2	載重3	載重4
1	0.000	–0.041	0.000	0.041	57	0.002	–0.098	–0.070	–0.098
2	0.000	0.023	0.000	–0.023	58	–0.002	–0.015	0.003	0.021
3	–0.100	–0.084	–0.065	–0.084	59	–0.007	0.039	0.019	–0.052
4	0.002	–0.040	–0.002	0.044	60	0.007	–0.082	–0.061	0.056
5	–0.004	0.029	0.006	–0.028	61	0.002	–0.025	–0.003	0.032
6	–0.011	–0.096	–0.073	0.004	62	–0.007	0.051	0.019	–0.054
7	0.004	–0.045	–0.005	0.047	63	0.007	–0.098	–0.061	0.062
8	0.000	0.020	0.000	–0.023	64	0.004	–0.036	–0.013	0.033
9	–0.011	–0.093	–0.067	0.010	65	–0.007	0.055	0.025	–0.045
10	0.002	–0.045	–0.002	0.037	66	0.007	–0.098	–0.064	0.051
11	0.004	0.014	–0.006	–0.032	67	0.005	–0.049	–0.008	0.056
12	–0.011	–0.097	–0.073	–0.097	68	–0.005	0.039	0.008	–0.043
13	–0.002	–0.044	0.002	0.040	69	0.008	–0.095	–0.038	0.078
14	0.004	0.028	–0.006	–0.029	70	0.005	–0.061	–0.018	0.059
15	–0.011	0.004	–0.073	–0.096	71	–0.001	0.020	0.005	–0.020
16	–0.004	–0.047	0.005	0.045	72	0.005	–0.095	–0.045	0.068
17	0.000	0.023	0.000	–0.020	73	0.003	–0.069	–0.041	0.039
18	–0.011	0.010	–0.067	–0.093	74	0.000	0.005	0.000	–0.007
19	–0.002	–0.037	0.002	0.045	75	0.003	–0.100	–0.075	0.035
20	–0.004	0.032	0.006	–0.014	76	0.005	–0.045	–0.018	0.044
21	–0.011	–0.097	–0.073	–0.097	77	0.001	0.000	–0.005	–0.003
22	0.000	–0.032	0.000	0.039	78	0.005	–0.066	–0.045	0.038
23	–0.005	0.037	0.013	–0.037	79	0.005	–0.038	–0.008	0.061
24	–0.001	–0.092	–0.068	0.021	80	0.005	–0.009	–0.008	0.017
25	0.003	–0.042	–0.011	0.040	81	0.008	–0.065	–0.038	0.066
26	–0.005	0.035	0.011	–0.033	82	0.004	–0.030	–0.013	0.000
27	0.002	–0.095	–0.070	0.027	83	0.007	–0.023	–0.025	–0.031
28	0.002	–0.051	–0.017	0.042	84	0.007	–0.073	–0.064	–0.064
29	–0.002	0.026	0.006	–0.025	85	0.002	–0.021	–0.003	0.015
30	–0.005	–0.100	–0.078	0.018	86	0.007	0.052	–0.019	–0.039
31	0.003	–0.056	–0.023	0.043	87	0.007	0.056	–0.061	–0.082
32	0.000	0.013	0.000	–0.015	88	–0.002	–0.032	0.003	0.025
33	–0.001	–0.099	–0.074	0.027	89	0.007	0.054	–0.019	–0.051
34	0.002	–0.050	–0.017	0.043	90	0.007	0.062	–0.061	–0.098
35	0.002	0.007	–0.006	–0.014	91	–0.004	–0.033	0.013	0.036
36	–0.005	–0.094	–0.078	0.005	92	0.007	0.045	–0.025	–0.055
37	0.003	–0.049	–0.011	0.019	93	0.007	0.051	–0.064	–0.098
38	0.005	–0.002	–0.011	–0.039	94	–0.005	–0.056	0.008	0.049
39	0.002	–0.098	–0.070	–0.098	95	0.005	0.043	–0.008	–0.039
40	0.000	–0.039	0.000	0.032	96	0.008	0.078	–0.038	–0.095
41	0.005	0.037	–0.013	–0.037	97	–0.005	–0.059	0.018	0.061
42	–0.001	0.021	–0.068	–0.092	98	0.001	0.020	–0.005	–0.020
43	–0.003	–0.040	0.011	0.042	99	0.005	0.068	–0.045	–0.095
44	0.005	0.033	–0.011	–0.035	100	–0.003	–0.039	0.041	0.069
45	0.002	0.027	–0.070	–0.095	101	0.000	0.007	0.000	–0.005

(表 F–12　Continuous)

46	–0.002	–0.042	0.017	0.051	102	0.003	0.035	–0.075	–0.100
47	0.002	0.025	–0.006	–0.026	103	–0.005	–0.044	0.018	0.045
48	–0.005	0.018	–0.078	–0.100	104	–0.001	0.003	0.005	0.000
49	–0.003	–0.043	0.023	0.056	105	0.005	0.038	–0.045	–0.066
50	0.000	0.015	0.000	–0.013	106	–0.005	–0.061	0.008	0.038
51	–0.001	0.027	–0.074	–0.099	107	–0.005	–0.017	0.008	0.009
52	–0.002	–0.043	0.017	0.050	108	0.008	0.066	–0.038	–0.065
53	–0.002	0.014	0.006	–0.007	109	–0.004	0.000	0.013	0.030
54	–0.005	0.005	–0.078	–0.094	110	–0.007	0.031	0.025	0.023
55	–0.003	–0.019	0.011	0.049	111	0.007	–0.064	–0.064	–0.073
56	–0.005	0.039	0.011	0.002					

(單位：in)

表F–13　132桿穹頂桁架設計結果(III)：構件應力

構件	應力				構件	應力			
	載重1	載重2	載重3	載重4		載重1	載重2	載重3	載重4
1	–1.504	–0.953	–1.590	–0.987	67	0.026	2.118	–3.380	–4.857
2	–1.504	–2.722	–1.590	–2.688	68	–0.416	–2.321	–4.363	–2.858
3	–1.738	–0.942	–1.538	–0.981	69	0.026	–0.684	–3.380	–2.854
4	–1.504	–0.987	–1.590	–0.953	70	–0.365	–1.635	–4.354	–3.263
5	–1.504	–2.688	–1.590	–2.722	71	–0.296	–1.281	–4.126	–3.271
6	–1.738	–0.981	–1.538	–0.942	72	0.069	–0.492	–2.451	–2.062
7	1.058	–0.287	–1.231	–1.043	73	0.717	1.206	–2.887	–3.301
8	1.463	–1.647	–2.071	–0.590	74	1.068	3.586	–1.826	–3.385
9	1.463	–3.259	–2.071	1.860	75	0.717	6.869	–2.887	–5.890
10	1.058	–1.043	–1.231	–0.287	76	0.726	–4.467	–1.868	6.338
11	1.463	–0.590	–2.071	–1.647	77	0.975	–3.592	–2.485	2.964
12	1.463	1.860	–2.071	–3.259	78	0.305	–2.629	–2.575	0.379
13	–0.625	–1.501	–2.926	–1.980	79	0.305	–4.715	–2.575	3.010
14	–0.199	2.142	–2.622	–3.987	80	0.975	–7.304	–2.485	6.870
15	–0.199	–2.398	–2.622	–1.169	81	0.726	–6.151	–1.868	6.129
16	–0.625	–4.666	–2.926	–4.481	82	0.717	–3.301	–2.887	1.206
17	–0.350	–1.617	–4.358	–4.562	83	1.068	–3.385	–1.826	3.586
18	–0.202	–4.177	–2.737	2.215	84	0.717	–5.890	–2.887	6.869
19	–1.191	–2.916	–4.623	–2.743	85	0.726	6.338	–1.868	–4.467
20	–0.202	–2.118	–2.737	–0.913	86	0.975	2.964	–2.485	–3.592
21	–0.350	–3.382	–4.358	–1.491	87	0.305	0.379	–2.575	–2.629
22	–0.625	–1.980	–2.926	–1.501	88	0.305	3.010	–2.575	–4.715
23	–0.199	–3.987	–2.622	2.142	89	0.975	6.870	–2.485	–7.304
24	–0.199	–1.169	–2.622	–2.398	90	0.726	6.129	–1.868	–6.151
25	–0.625	–4.481	–2.926	–4.666	91	–0.129	–0.778	–5.824	–5.310
26	–0.350	–4.562	–4.358	–1.617	92	–0.033	1.220	–4.820	–5.804
27	–0.202	2.215	–2.737	–4.177	93	–0.257	–2.968	–5.878	–3.862
28	–1.191	–2.743	–4.623	–2.916	94	–0.150	2.004	–5.374	–7.029
29	–0.202	–0.913	–2.737	–2.118	95	–0.150	–4.551	–5.374	–2.515
30	–0.350	–1.491	–4.358	–3.382	96	–0.257	1.904	–5.878	–7.547
31	0.867	–0.015	–3.328	–3.181	97	–0.033	–8.523	–4.820	–1.931
32	0.867	1.134	–3.328	–3.859	98	–0.129	–6.104	–5.824	–6.078
33	0.552	–2.681	–2.597	0.440	99	–0.037	–2.274	–5.380	–8.666
34	0.546	–2.510	–2.793	–0.243	100	–0.171	–4.778	–3.789	1.088
35	0.546	–4.418	–2.793	2.425	101	–0.042	–0.753	–3.729	–4.558
36	0.552	–4.195	–2.597	2.403	102	–0.091	–4.537	–3.591	1.122
37	0.867	–3.181	–3.328	–0.015	103	–0.180	–1.365	–3.438	–2.957
38	0.867	–3.859	–3.328	1.134	104	–0.038	–5.971	–4.918	1.291
39	0.552	0.440	–2.597	–2.681	105	–0.083	–5.046	–5.469	–0.624
40	0.546	–0.243	–2.793	–2.510	106	–0.038	–3.673	–4.918	–1.608
41	0.546	2.425	–2.793	–4.418	107	–0.180	–2.594	–3.438	–1.246
42	0.552	2.403	–2.597	–4.195	108	–0.091	–2.953	–3.591	–0.877
43	–0.330	–1.679	–4.169	–3.093	109	–0.042	–2.685	–3.729	–1.369
44	0.063	3.061	–4.272	–6.359	110	–0.171	–3.255	–3.789	–0.821
45	–0.213	–1.945	–2.811	–1.622	111	–0.037	–4.233	–5.380	–1.492
46	–0.213	1.671	–2.811	–3.906	112	–0.129	–5.310	–5.824	–0.778
47	0.063	–5.689	–4.272	–1.006	113	–0.033	–5.804	–4.820	1.220

(表 F−13　Continuous)

48	–0.330	–5.790	–4.169	–5.348	114	–0.257	–3.862	–5.878	–2.968
49	0.069	–0.184	–2.451	–3.833	115	–0.150	–7.029	–5.374	2.004
50	–0.296	–5.785	–4.126	2.423	116	–0.150	–2.515	–5.374	–4.551
51	–0.365	–2.013	–4.354	–3.777	117	–0.257	–7.547	–5.878	1.904
52	0.026	–4.857	–3.380	2.118	118	–0.033	–1.931	–4.820	–8.523
53	–0.416	–2.858	–4.363	–2.321	119	–0.129	–6.078	–5.824	–6.104
54	0.026	–2.854	–3.380	–0.684	120	–0.037	–8.666	–5.380	–2.274
55	–0.365	–3.263	–4.354	–1.635	121	–0.171	1.088	–3.789	–4.778
56	–0.296	–3.271	–4.126	–1.281	122	–0.042	–4.558	–3.729	–0.753
57	0.069	–2.062	–2.451	–0.492	123	–0.091	1.122	–3.591	–4.537
58	–0.330	–3.093	–4.169	–1.679	124	–0.180	–2.957	–3.438	–1.365
59	0.063	–6.359	–4.272	3.061	125	–0.038	1.291	–4.918	–5.971
60	–0.213	–1.622	–2.811	–1.945	126	–0.083	–0.624	–5.469	–5.046
61	–0.213	–3.906	–2.811	1.671	127	–0.038	–1.608	–4.918	–3.673
62	0.063	–1.006	–4.272	–5.689	128	–0.180	–1.246	–3.438	–2.594
63	–0.330	–5.348	–4.169	–5.790	129	–0.091	–0.877	–3.591	–2.953
64	0.069	–3.833	–2.451	–0.184	130	–0.042	–1.369	–3.729	–2.685
65	–0.296	2.423	–4.126	–5.785	131	–0.171	–0.821	–3.789	–3.255
66	–0.365	–3.777	–4.354	–2.013	132	–0.037	–1.492	–5.380	–4.233

(單位：ksi)

附錄G　200桿平面桁架(II)細部資料及設計結果

G.1　細部設計資料

表G–1　200桿平面桁架(II)節點對應自由度編號

節點	自由度		節點	自由度		節點	自由度		節點	自由度	
	x向	y向		x向	y向		x向	y向		x向	y向
1	1	2	20	39	40	39	77	78	58	115	116
2	3	4	21	41	42	40	79	80	59	117	118
3	5	6	22	43	44	41	81	82	60	119	120
4	7	8	23	45	46	42	83	84	61	121	122
5	9	10	24	47	48	43	85	86	62	123	124
6	11	12	25	49	50	44	87	88	63	125	126
7	13	14	26	51	52	45	89	90	64	127	128
8	15	16	27	53	54	46	91	92	65	129	130
9	17	18	28	55	56	47	93	94	66	131	132
10	19	20	29	57	58	48	95	96	67	133	134
11	21	22	30	59	60	49	97	98	68	135	136
12	23	24	31	61	62	50	99	100	69	137	138
13	25	26	32	63	64	51	101	102	70	139	140
14	27	28	33	65	66	52	103	104	71	141	142
15	29	30	34	67	68	53	105	106	72	143	144
16	31	32	35	69	70	54	107	108	73	145	146
17	33	34	36	71	72	55	109	110	74	147	148
18	35	36	37	73	74	56	111	112	75	149	150
19	37	38	38	75	76	57	113	114			

表G–2　200桿平面桁架(II)設計變數分組及桿件節點

變數	桿件	節點
1	1, 2, 3, 4	(1, 2) , (2, 3) , (3, 4) , (4, 5)
2	5, 8, 11, 14, 17	(6, 1) , (8, 2) , (10, 3) , (12, 4) , (14, 5)
3	19, 20, 21, 22, 23, 24	(7, 8) , (8, 9) , (9, 10)(10, 11) , (11, 12) , (12, 13)
4	18, 25, 56, 63, 94 , 101, 132, 139, 170, 177	(6, 7) , (13, 14) , (20, 21) , (27, 28) , (34, 35) , (41, 42) , (48, 49) , (55, 56) , (62, 63) , (69, 70)
5	26, 29, 32, 35, 38	(15, 6) , (16, 8) , (17, 10) , (18, 12) , (19, 14)
6	6, 7, 9, 10, 12 , 13, 15, 16, 27, 28 , 30, 31 33, 34, 36, 37	(7, 1) , (7, 2) , (9, 2) , (9, 3) , (11, 3) , (11, 4) , (13, 4) , (13, 5) , (15, 7) , (16, 7) , (16, 9) , (17, 9) , (17, 11) , (18, 11) , (18, 13) , (19, 13)
7	39, 40, 41, 42	(15, 16) , (16, 17) , (17, 18) , (18, 19)
8	43, 46, 49, 52, 55	(20, 15) , (22, 16) , (24, 17) , (26, 18) , (28, 19)
9	57, 58, 59, 60, 61 , 62	(21, 22) , (22, 23) , (23, 24) , (24, 25) , (25, 26) , (26, 27)
10	64, 67, 70, 73, 76	(29, 20) , (30, 22) , (31, 24) , (32, 26) , (33, 28)
11	44, 45, 47, 48, 50, 51, 53, 54, 65, 66 ,68 , 69, 71, 72, 74, 75	(21, 15) , (21, 16) , (23, 16) , (23, 17) , (25, 17) , (25, 18) , (27, 18) , (27, 19) , (29,21) , (30, 21) , (30, 23) , (31, 23) , (31, 25) , (32, 25) , (32, 27) , (33, 27)
12	77, 78, 79, 80	(29, 30) , (30, 31) , (31, 32) , (32, 33)
13	81, 84, 87, 90, 93	(34, 29) , (36, 30) , (38, 31) , (40, 32) , (42, 33)
14	95, 96, 97, 98, 99, 100	(35, 36) , (36, 37) , (37, 38) , (38, 39) , (39, 40) , (40, 41)
15	102, 105, 108, 111, 114	(43, 34) , (44, 36) , (45, 38) , (46, 40) , (47, 42)
16	82, 83, 85, 86, 88, 89, 91, 92, 103, 104, 106, 107, 109, 110, 112, 113	(35, 29) , (35, 30) , (37, 30) , (37, 31) , (39, 31) , (39, 32) , (41, 32) , (41, 33) , (43, 35) , (44, 35) , (44, 37) , (45, 37) , (45, 39) , (46, 39) , (46, 41) , (47, 41)
17	115, 116, 117, 118	(43, 44) , (44, 45) , (45, 46) , (46, 47)
18	119, 122, 125, 128, 131	(48, 43) , (50, 44) , (52, 45) , (54, 46) , (56, 47)
19	133, 134, 135, 136, 137, 138	(49, 50) , (50, 51) , (51, 52) , (52, 53) , (53, 54) , (54, 55)
20	140, 143, 146, 149, 152	(57, 48) , (58, 50) , (59, 52) , (60, 54) , (61, 56)
21	120, 121, 123, 124, 126, 127, 129, 130, 141, 142, 144, 145, 147, 148, 150, 151	(49, 43) , (49, 44) , (51, 44) , (51, 45) , (53, 45) , (53, 46) , (55, 46) , (55, 47) , (57, 49) , (58, 49) , (58, 51) , (59, 51) , (59, 53) , (60, 53) , (60, 55) , (61, 55)
22	153, 154, 155, 156	(57, 58) , (58, 59) , (59, 60) , (60, 61)
23	157, 160, 163, 166, 169	(62, 57) , (64, 58) , (66, 59) , (68, 60) , (70, 61)
24	171, 172, 173, 174, 175, 176	(63, 64) , (64, 65) , (65, 66) , (66, 67) , (67, 68) , (68, 69)
25	178, 181, 184, 187, 190	(71, 62) , (72, 64) , (73, 66) , (74, 68) , (75, 70)
26	158, 159, 161, 162, 164, 165, 167, 168, 179, 180, 182, 183, 185, 186, 188, 189	(63, 57) , (63, 58) , (65, 58) , (65, 59) , (67, 59) , (67, 60) (69, 60) , (69, 61) , (71, 63) , (72, 63) , (72, 65) , (73, 65) (73, 67) , (74, 67) , (74, 69) , (75, 69)
27	191, 192, 193, 194	(71, 72) , (72, 73) , (73, 74) , (74, 75)
28	195, 197, 198, 200	(76, 71) , (76, 73) , (77, 73) , (77, 75)
29	196, 199	(76, 72) , (77, 74)

表G–3　200桿平面桁架(II)載重資料

載重型式	對應自由度方向	載重kips (kN)
1	1, 11, 29, 39, 57, 67, 85, 95, 113, 123, 141	1 (4.45)
2	2, 4, 6, 8, 10, 12, 16, 20, 24, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 44, 48, 52, 56, 58, 60, 62, 64, 66, 68, 72, 76, 80, 84, 86, 88, 90, 92, 94, 96, 100, 104, 108, 112, 114, 116, 118, 120, 122, 124, 128, 132, 136, 140, 142, 144, 146, 148, 150	–10 (44.54)
3	載重型式1與2同時施加	

表G–4　200桿平面桁架(II)斷面資料庫

編號	截面積	編號	截面積	編號	截面積	編號	截面積
1	0.1	10	4.5	19	9.0	28	13.5
2	0.5	11	5.0	20	9.5	29	14.0
3	1.0	12	5.5	21	10.0	30	14.5
4	1.5	13	6.0	22	10.5	31	15.0
5	2.0	14	6.5	23	11.0	32	15.5
6	2.5	15	7.0	24	11.5	33	16.0
7	3.0	16	7.5	25	12.0		
8	3.5	17	8.0	26	12.5		
9	4.0	18	8.5	27	13.0		

(單位：in^2)

G.2 GA–NB設計結果

表G–5 200桿平面桁架(II)設計結果(I)：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面
1	1	9	1	17	2	25	25
2	3	10	9	18	17	26	4
3	1	11	2	19	1	27	13
4	2	12	1	20	19	28	23
5	5	13	12	21	3	29	30
6	2	14	1	22	3		
7	2	15	14	23	23		
8	7	16	2	24	1		

表G–6　200桿平面桁架(II)設計結果(I)：節點位移

自由度	位移			自由度	位移		
	載重1	載重2	載重3		載重1	載重2	載重3
1	0.000	0.000	0.000	76	0.183	0.000	0.183
2	0.380	–0.152	0.228	77	0.000	–0.324	–0.324
3	0.062	–0.617	–0.556	78	0.177	0.032	0.209
4	0.337	–0.078	0.260	79	–0.008	–0.335	–0.343
5	0.028	–0.564	–0.537	80	0.176	0.064	0.240
6	0.312	0.000	0.312	81	–0.015	–0.339	–0.355
7	0.004	–0.550	–0.545	82	0.175	0.095	0.270
8	0.304	0.078	0.382	83	–0.031	–0.367	–0.398
9	–0.018	–0.564	–0.582	84	0.175	0.095	0.270
10	0.304	0.152	0.456	85	–0.046	–0.404	–0.450
11	–0.048	–0.617	–0.666	86	0.172	–0.125	0.047
12	0.343	–0.087	0.255	67	0.052	–0.365	–0.313
13	0.059	–0.575	–0.516	88	0.158	–0.072	0.087
14	0.335	–0.087	0.247	89	0.015	–0.293	–0.278
15	0.036	–0.540	–0.504	90	0.145	0.000	0.145
16	0.320	–0.060	0.260	91	0.000	–0.279	–0.279
17	0.024	–0.524	–0.500	92	0.141	0.072	0.213
18	0.305	–0.032	0.273	93	–0.014	–0.293	–0.308
19	0.012	–0.509	–0.497	94	0.142	0.125	0.268
20	0.297	0.000	0.297	95	–0.045	–0.365	–0.409
21	0.002	–0.508	–0.505	96	0.145	–0.098	0.047
22	0.290	0.032	0.322	97	0.050	–0.330	–0.280
23	–0.007	–0.509	–0.516	98	0.137	–0.098	0.039
24	0.287	0.060	0.347	99	0.031	–0.288	–0.257
25	–0.018	–0.524	–0.541	100	0.130	–0.066	0.064
26	0.285	0.087	0.372	101	0.013	–0.249	–0.236
27	–0.032	–0.540	–0.573	102	0.122	–0.034	0.088
28	0.285	0.087	0.372	103	0.005	–0.241	–0.236
29	–0.048	–0.575	–0.623	104	0.119	0.000	0.119
30	0.306	–0.092	0.215	105	0.000	–0.236	–0.236
31	0.058	–0.529	–0.472	106	0.116	0.034	0.149
32	0.293	–0.053	0.240	107	–0.007	–0.241	–0.248
33	0.022	–0.480	–0.458	108	0.116	0.066	0.182
34	0.276	0.000	0.276	109	–0.013	–0.249	–0.261
35	0.001	–0.463	–0.461	110	0.116	0.098	0.214
36	0.266	0.053	0.319	111	–0.028	–0.288	–0.316
37	–0.018	–0.480	–0.497	112	0.116	0.098	0.214
38	0.263	0.092	0.355	113	–0.043	–0.330	–0.373
39	–0.048	–0.529	–0.578	114	0.108	–0.116	–0.008
40	0.287	–0.081	0.205	115	0.048	–0.294	–0.246
41	0.056	–0.486	–0.431	116	0.098	–0.068	0.030
42	0.279	–0.081	0.197	117	0.011	–0.203	–0.192
43	0.041	–0.467	–0.426	118	0.090	0.000	0.090
44	0.267	–0.054	0.212	119	–0.001	–0.192	–0.192
45	0.020	–0.432	–0.413	120	0.089	0.068	0.157

(表 G–6　Continuous)

46	0.255	–0.027	0.227	121	–0.011	–0.203	–0.214
47	0.010	–0.425	–0.415	122	0.091	0.116	0.207
48	0.248	0.000	0.248	123	–0.042	–0.294	–0.336
49	0.001	–0.416	–0.416	124	0.087	–0.098	–0.012
50	0.241	0.027	0.269	125	0.046	–0.265	–0.219
51	–0.009	–0.425	–0.434	126	0.079	–0.098	–0.020
52	0.239	0.054	0.293	127	0.027	–0.215	–0.188
53	–0.017	–0.432	–0.449	128	0.072	–0.063	0.009
54	0.236	0.081	0.318	129	0.009	–0.158	–0.149
55	–0.033	–0.467	–0.500	130	0.066	–0.029	0.038
56	0.236	0.081	0.318	131	0.004	–0.152	–0.148
57	–0.048	–0.486	–0.534	132	0.065	0.000	0.065
58	0.260	–0.134	0.126	133	–0.001	–0.152	–0.152
59	0.055	–0.442	–0.388	134	0.063	0.029	0.092
60	0.232	–0.058	0.174	135	–0.006	–0.152	–0.159
61	0.018	–0.385	–0.367	136	0.066	0.063	0.129
62	0.215	0.000	0.215	137	–0.009	–0.158	–0.167
63	0.000	–0.369	–0.369	138	0.068	0.098	0.166
64	0.208	0.058	0.265	139	–0.025	–0.215	–0.240
65	–0.016	–0.385	–0.401	140	0.068	0.098	0.166
66	0.207	0.134	0.341	141	–0.040	–0.265	–0.306
67	–0.047	–0.442	–0.490	142	0.052	–0.123	–0.070
68	0.219	–0.095	0.124	143	0.044	–0.235	–0.190
69	0.053	–0.404	–0.351	144	0.046	–0.057	–0.011
70	0.211	–0.095	0.116	145	0.006	–0.112	–0.106
71	0.032	–0.367	–0.335	146	0.036	0.000	0.036
72	0.200	–0.064	0.136	147	–0.001	–0.111	–0.111
73	0.016	–0.339	–0.323	148	0.043	0.057	0.100
74	0.188	–0.032	0.156	149	–0.006	–0.112	–0.119
75	0.008	–0.335	–0.327	150	0.047	0.123	0.170

(單位：in)

表G–7　200桿平面桁架(II)設計結果(I)：構件應力

構件	應力			構件	應力		
	載重1	載重2	載重3		載重1	載重2	載重3
1	–0.039	–0.235	–0.274	101	–0.319	7.929	7.609
2	–5.279	9.225	3.946	102	0.000	0.000	0.000
3	–3.170	9.740	6.571	103	0.294	–8.267	–7.973
4	–1.022	9.740	8.718	104	1.571	2.820	4.391
5	–0.010	9.225	9.215	105	–3.330	–6.590	–9.919
6	0.567	–8.893	–8.326	106	0.314	–9.590	–9.276
7	–1.475	–2.882	–4.357	107	2.133	–0.992	1.140
8	–0.740	–1.980	–2.721	108	–3.456	–3.561	–7.017
9	0.822	–8.417	–7.595	109	0.048	–9.455	–9.408
10	–1.399	–2.141	–3.541	110	2.309	–3.561	–1.252
11	–0.228	–1.673	–1.901	111	–2.991	–0.992	–3.983
12	0.433	–8.715	–8.282	112	–0.203	–9.590	–9.793
13	–0.899	–1.673	–2.572	113	1.351	–6.590	–5.238
14	0.158	–2.141	–1.983	114	–1.603	2.820	1.217
15	0.000	–8.417	–8.417	115	–0.216	–8.267	–8.483
16	–0.158	–1.980	–2.138	116	–1.727	6.722	4.995
17	0.003	–2.882	–2.879	117	–1.686	8.958	7.272
18	–0.001	–8.893	–8.894	118	–0.452	8.958	8.506
19	–2.000	0.000	–2.000	119	0.145	6.722	6.867
20	–3.671	6.864	3.193	120	0.410	–7.192	–6.782
21	–3.671	6.864	3.193	121	–0.999	–6.660	–7.659
22	–1.950	8.120	6.170	122	0.251	1.981	2.232
23	–1.950	8.120	6.170	123	0.415	–9.350	–8.935
24	–0.615	6.864	6.248	124	–2.513	–2.564	–5.076
25	–0.615	6.864	6.248	125	1.663	–1.191	0.472
26	0.000	0.000	0.000	126	0.034	–9.046	–9.012
27	0.283	–9.447	–9.163	127	–2.183	–1.191	–3.374
28	0.248	–0.908	–0.660	128	1.766	–2.564	–0.798
29	–2.463	–3.954	–6.418	129	–0.329	–9.350	–9.679
30	0.411	–9.209	–8.798	130	–0.871	1.981	1.110
31	0.041	–1.477	–1.436	131	0.689	–6.660	–5.972
32	–1.668	–2.337	–4.006	132	–0.319	–7.192	–7.511
33	0.216	–9.357	–9.141	133	–2.000	0.000	–2.000
34	0.366	–2.337	–1.971	134	–1.876	8.012	6.136
35	–1.107	–1.477	–2.584	135	–1.876	8.012	6.136
36	0.000	–9.209	–9.208	136	–0.827	8.478	7.651
37	0.099	–3.954	–3.855	137	–0.827	8.478	7.651
38	–0.254	–0.908	–1.162	138	0.039	8.012	8.051
39	–0.001	–9.446	–9.447	139	0.039	8.012	8.051
40	–1.626	4.806	3.180	140	0.000	0.000	0.000
41	–2.157	6.656	4.499	141	0.365	–7.504	–7.140
42	–1.254	6.656	5.402	142	0.885	2.607	3.493
43	–0.367	4.806	4.439	143	–1.633	–7.286	–8.919
44	0.327	–8.902	–8.575	144	0.369	–9.422	–9.053
45	–0.832	–6.599	–7.432	145	1.745	–1.154	0.591
46	–0.897	1.325	0.429	146	–2.595	–2.600	–5.195
47	0.408	–9.820	–9.412	147	0.030	–9.152	–9.122

(表 G–7　Continuous)

48	–2.571	–4.042	–6.613	148	1.834	–2.600	–0.766
49	1.102	–1.822	–0.721	149	–2.251	–1.154	–3.405
50	0.137	–9.703	–9.567	150	–0.293	–9.422	–9.715
51	–2.343	–1.822	–4.166	151	0.686	–7.286	–6.601
52	1.419	–4.042	–2.623	152	–0.868	2.607	1.739
53	–0.160	–9.820	–9.980	153	–0.283	–7.504	–7.787
54	–1.174	1.325	0.151	154	–1.220	5.959	4.739
55	0.827	–6.599	–5.772	155	–0.998	8.500	7.502
56	–0.139	–8.902	–9.041	156	–0.163	8.500	8.337
57	–2.000	0.000	–2.000	157	0.291	5.959	6.250
58	–3.003	6.745	3.742	158	0.398	–6.035	–5.637
59	–3.003	6.745	3.742	159	–0.361	–7.944	–8.305
60	–1.660	6.851	5.191	160	0.072	4.490	4.562
61	–1.660	6.851	5.191	161	0.555	–9.443	–8.888
62	–0.614	6.745	6.131	162	–2.412	–2.244	–4.656
63	–0.614	6.745	6.131	163	1.809	–1.904	–0.095
64	0.000	0.000	0.000	164	–0.007	–8.361	–8.369
65	0.245	–9.177	–8.931	165	–2.012	–1.904	–3.916
66	0.196	2.379	2.575	166	2.008	–2.244	–0.236
67	–1.925	–7.653	–9.578	167	–0.515	–9.443	–9.958
68	0.306	–9.865	–9.559	168	–0.422	4.490	4.068
69	1.312	–1.806	–0.494	169	0.276	–7.944	–7.668
70	–2.781	–4.059	–6.840	170	–0.321	–6.035	–6.356
71	0.102	–9.778	–9.675	171	–2.000	0.000	–2.000
72	1.583	–4.059	–2.476	172	–1.541	8.671	7.130
73	–2.507	–1.806	–4.312	173	–1.541	8.671	7.130
74	–0.120	–9.865	–9.985	174	–0.367	7.173	6.806
75	0.923	–7.653	–6.730	175	–0.367	7.173	6.806
76	–1.270	2.379	1.109	176	0.571	8.671	9.243
77	–0.104	–9.177	–9.281	177	0.571	8.671	9.243
78	–3.519	9.514	5.995	178	0.000	0.000	0.000
79	–2.113	7.233	5.120	179	0.365	–6.365	–6.000
80	–0.970	7.233	6.263	180	0.512	4.942	5.454
81	–0.102	9.514	9.413	181	–0.802	–8.395	–9.197
82	0.347	–7.952	–7.605	182	0.509	–9.489	–8.981
83	–2.221	–5.351	–7.572	183	1.870	–1.982	–0.112
84	0.463	1.582	2.044	184	–2.473	–2.166	–4.639
85	0.372	–9.516	–9.144	185	–0.007	–8.498	–8.504
86	–3.214	–3.553	–6.766	186	2.057	–2.166	–0.109
87	1.890	–1.000	0.890	187	–2.061	–1.982	–4.043
88	0.056	–9.356	–9.300	188	–0.472	–9.489	–9.962
89	–2.830	–1.000	–3.831	189	0.246	–8.395	–8.149
90	2.148	–3.553	–1.405	190	–0.393	4.942	4.549
91	–0.240	–9.516	–9.755	191	–0.294	–6.365	–6.660
92	–1.553	1.582	0.028	192	–0.801	8.174	7.374
93	1.301	–5.351	–4.050	193	–1.228	7.148	5.920
94	–0.255	–7.952	–8.208	194	0.875	7.148	8.023
95	–2.000	0.000	–2.000	195	0.506	8.174	8.680
96	–2.902	7.929	5.026	196	0.543	–8.816	–8.273
97	–2.902	7.929	5.026	197	0.506	–9.368	–8.862

(表 G–7　Continuous)

98	–1.349	7.980	6.631	198	1.360	–6.390	–5.030
99	–1.349	7.980	6.631	199	–1.421	–6.390	–7.811
100	–0.319	7.929	7.609	200	–0.535	–9.368	–9.903

(單位：ksi)

G.3 DLM設計結果

表G–8　200桿平面桁架(II)設計結果(II)：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面
1	1	9	1	17	2	25	25
2	3	10	9	18	17	26	4
3	1	11	2	19	1	27	14
4	1	12	1	20	19	28	22
5	5	13	12	21	3	29	30
6	2	14	1	22	3		
7	2	15	15	23	23		
8	7	16	2	24	2		

表G–9　200桿平面桁架(II)設計結果(II)：節點位移

構件	位移			構件	位移		
	載重1	載重2	載重3		載重1	載重2	載重3
1	0.000	0.000	0.000	76	0.184	0.000	0.184
2	0.382	–0.152	0.229	77	0.000	–0.322	–0.322
3	0.062	–0.615	–0.553	78	0.179	0.031	0.210
4	0.340	–0.078	0.261	79	–0.009	–0.333	–0.342
5	0.028	–0.561	–0.534	80	0.178	0.062	0.240
6	0.314	0.000	0.314	81	–0.015	–0.336	–0.351
7	0.004	–0.547	–0.542	82	0.176	0.093	0.269
8	0.306	0.078	0.384	83	–0.031	–0.366	–0.397
9	–0.018	–0.561	–0.579	84	0.176	0.093	0.269
10	0.306	0.152	0.459	85	–0.046	–0.402	–0.449
11	–0.049	–0.615	–0.664	86	0.174	–0.122	0.052
12	0.377	–0.088	0.289	87	0.052	–0.366	–0.314
13	0.059	–0.573	–0.514	88	0.160	–0.069	0.091
14	0.337	–0.088	0.249	89	0.015	–0.293	–0.278
15	0.036	–0.538	–0.502	90	0.146	0.000	0.146
16	0.322	–0.060	0.262	91	0.000	–0.280	–0.281
17	0.024	–0.521	–0.497	92	0.143	0.069	0.212
18	0.307	–0.032	0.275	93	–0.014	–0.293	–0.307
19	0.012	–0.506	–0.494	94	0.144	0.122	0.266
20	0.299	0.000	0.299	95	–0.045	–0.366	–0.411
21	0.002	–0.505	–0.503	96	0.178	–0.093	0.085
22	0.292	0.032	0.324	97	0.050	–0.331	–0.281
23	–0.007	–0.506	–0.513	98	0.138	–0.093	0.045
24	0.289	0.060	0.349	99	0.031	–0.288	–0.257
25	–0.018	–0.521	–0.539	100	0.131	–0.062	0.069
26	0.287	0.088	0.374	101	0.013	–0.248	–0.235
27	–0.033	–0.538	–0.570	102	0.123	–0.032	0.092
28	0.287	0.088	0.374	103	0.005	–0.241	–0.236
29	–0.049	–0.573	–0.621	104	0.120	0.000	0.120
30	0.308	–0.091	0.217	105	–0.001	–0.237	–0.238
31	0.058	–0.527	–0.470	106	0.117	0.032	0.148
32	0.295	–0.053	0.242	107	–0.007	–0.241	–0.248
33	0.022	–0.477	–0.455	108	0.117	0.062	0.179
34	0.278	0.000	0.278	109	–0.013	–0.248	–0.261
35	0.001	–0.460	–0.459	110	0.117	0.093	0.210
36	0.268	0.053	0.321	111	–0.029	–0.288	–0.316
37	–0.018	–0.477	–0.494	112	0.117	0.093	0.210
38	0.265	0.091	0.357	113	–0.044	–0.331	–0.375
39	–0.049	–0.527	–0.576	114	0.108	–0.107	0.001
40	0.320	–0.080	0.240	115	0.048	–0.295	–0.247
41	0.056	–0.485	–0.428	116	0.099	–0.062	0.037
42	0.280	–0.080	0.200	117	0.011	–0.203	–0.192
43	0.041	–0.464	–0.423	118	0.091	0.000	0.091
44	0.268	–0.054	0.215	119	–0.001	–0.194	–0.195
45	0.020	–0.429	–0.410	120	0.090	0.062	0.152
46	0.256	–0.027	0.229	121	–0.011	–0.203	–0.214

(表 G–9　Continuous)

47	0.010	–0.422	–0.412	122	0.092	0.107	0.199
48	0.250	0.000	0.250	123	–0.043	–0.295	–0.338
49	0.001	–0.414	–0.413	124	0.118	–0.083	0.035
50	0.243	0.027	0.270	125	0.046	–0.266	–0.219
51	–0.009	–0.422	–0.431	126	0.078	–0.083	–0.005
52	0.241	0.054	0.294	127	0.027	–0.215	–0.188
53	–0.017	–0.429	–0.446	128	0.073	–0.055	0.019
54	0.238	0.080	0.319	129	0.008	–0.158	–0.150
55	–0.033	–0.464	–0.497	130	0.068	–0.026	0.042
56	0.238	0.080	0.319	131	0.004	–0.154	–0.150
57	–0.048	–0.485	–0.533	132	0.067	0.000	0.067
58	0.262	–0.132	0.131	133	–0.001	–0.154	–0.155
59	0.055	–0.441	–0.386	134	0.065	0.026	0.091
60	0.234	–0.057	0.177	135	–0.006	–0.154	–0.160
61	0.018	–0.382	–0.364	136	0.067	0.055	0.121
62	0.217	0.000	0.217	137	–0.009	–0.158	–0.167
63	0.000	–0.367	–0.367	138	0.069	0.083	0.152
64	0.209	0.057	0.266	139	–0.025	–0.215	–0.240
65	–0.016	–0.382	–0.398	140	0.069	0.083	0.152
66	0.209	0.132	0.340	141	–0.041	–0.266	–0.307
67	–0.048	–0.441	–0.488	142	0.052	–0.112	–0.059
68	0.253	–0.093	0.160	143	0.045	–0.235	–0.190
69	0.053	–0.402	–0.349	144	0.047	–0.052	–0.005
70	0.213	–0.093	0.120	145	0.006	–0.113	–0.107
71	0.032	–0.366	–0.334	146	0.038	0.000	0.038
72	0.201	–0.062	0.139	147	–0.001	–0.114	–0.115
73	0.016	–0.336	–0.320	148	0.044	0.052	0.096
74	0.190	–0.031	0.159	149	–0.007	–0.113	–0.119
75	0.007	–0.333	–0.326	150	0.048	0.112	0.160

(單位：in)

表G–10　200桿平面桁架(II)設計結果(II)：構件應力

構件	應力			構件	應力		
	載重1	載重2	載重3		載重1	載重2	載重3
1	–0.040	–0.235	–0.275	101	–0.308	7.761	7.453
2	–5.291	9.276	3.985	102	0.000	0.000	0.000
3	–3.182	9.786	6.604	103	0.271	–7.679	–7.408
4	–1.012	9.786	8.774	104	1.555	2.938	4.493
5	0.000	9.276	9.275	105	–3.323	–6.472	–9.795
6	0.565	–8.887	–8.322	106	0.298	–8.937	–8.639
7	–1.471	–2.898	–4.369	107	2.150	–1.006	1.144
8	–0.748	–1.950	–2.698	108	–3.474	–3.346	–6.820
9	0.827	–8.440	–7.613	109	0.044	–8.760	–8.716
10	–1.406	–2.110	–3.516	110	2.327	–3.346	–1.019
11	–0.224	–1.699	–1.923	111	–2.998	–1.006	–4.004
12	0.433	–8.695	–8.262	112	–0.194	–8.937	–9.131
13	–0.902	–1.699	–2.601	113	1.338	–6.472	–5.134
14	0.164	–2.110	–1.946	114	–1.579	2.938	1.359
15	–0.005	–8.440	–8.445	115	–0.198	–7.679	–7.877
16	–0.152	–1.950	–2.102	116	–1.729	6.598	4.870
17	0.000	–2.898	–2.898	117	–1.679	8.630	6.951
18	0.000	–8.887	–8.887	118	–0.430	8.630	8.200
19	–10.000	0.000	–10.000	119	0.156	6.598	6.754
20	–3.679	6.894	3.215	120	0.407	–7.192	–6.786
21	–3.679	6.894	3.215	121	–0.989	–6.622	–7.612
22	–1.950	8.112	6.163	122	0.268	1.760	2.028
23	–1.950	8.112	6.163	123	0.419	–9.352	–8.933
24	–0.608	6.894	6.286	124	–2.507	–2.560	–5.067
25	–0.608	6.894	6.286	125	1.691	–1.582	0.110
26	0.000	0.000	0.000	126	0.031	–8.932	–8.902
27	0.283	–9.443	–9.161	127	–2.185	–1.582	–3.767
28	0.240	–0.873	–0.634	128	1.768	–2.560	–0.792
29	–2.459	–3.975	–6.433	129	–0.337	–9.352	–9.689
30	0.414	–9.220	–8.806	130	–0.858	1.760	0.902
31	0.046	–1.508	–1.463	131	0.668	–6.622	–5.954
32	–1.677	–2.300	–3.977	132	–0.313	–7.192	–7.506
33	0.216	–9.348	–9.131	133	–10.000	0.000	–10.000
34	0.374	–2.300	–1.926	134	–1.846	7.671	5.825
35	–1.112	–1.508	–2.620	135	–1.846	7.671	5.825
36	–0.002	–9.220	–9.223	136	–0.803	7.875	7.073
37	0.095	–3.975	–3.880	137	–0.803	7.875	7.073
38	–0.247	–0.873	–1.120	138	0.045	7.671	7.716
39	0.000	–9.443	–9.443	139	0.045	7.671	7.716
40	–1.628	4.808	3.181	140	0.000	0.000	0.000
41	–2.158	6.627	4.469	141	0.361	–7.504	–7.143
42	–1.252	6.627	5.375	142	0.905	2.359	3.264
43	–0.365	4.808	4.444	143	–1.626	–7.221	–8.848
44	0.324	–8.891	–8.567	144	0.372	–9.424	–9.052
45	–0.821	–6.637	–7.459	145	1.773	–1.566	0.207
46	–0.905	1.295	0.390	146	–2.588	–2.576	–5.164
47	0.413	–9.834	–9.421	147	0.027	–9.051	–9.024

(表 G–10　Continuous)

48	–2.580	–4.013	–6.593	148	1.834	–2.576	–0.742
49	1.114	–1.909	–0.795	149	–2.251	–1.566	–3.817
50	0.136	–9.665	–9.529	150	–0.299	–9.424	–9.723
51	–2.352	–1.909	–4.261	151	0.664	–7.221	–6.557
52	1.429	–4.013	–2.584	152	–0.855	2.359	1.505
53	–0.166	–9.834	–10.000	153	–0.279	–7.504	–7.783
54	–1.164	1.295	0.131	154	–1.154	5.638	4.484
55	0.817	–6.637	–5.821	155	–0.922	7.731	6.809
56	–0.136	–8.891	–9.027	156	–0.170	7.731	7.561
57	–10.000	0.000	–10.000	157	0.265	5.638	5.903
58	–3.006	6.688	3.682	158	0.405	–6.104	–5.699
59	–3.006	6.688	3.682	159	–0.442	–7.444	–7.887
60	–1.657	6.743	5.086	160	0.205	3.586	3.792
61	–1.657	6.743	5.086	161	0.535	–9.361	–8.827
62	–0.608	6.688	6.080	162	–2.303	–2.363	–4.666
63	–0.608	6.688	6.080	163	1.767	–2.242	–0.475
64	0.000	0.000	0.000	164	–0.010	–8.204	–8.214
65	0.243	–9.168	–8.925	165	–1.964	–2.242	–4.206
66	0.188	2.339	2.527	166	1.930	–2.363	–0.433
67	–1.914	–7.682	–9.596	167	–0.509	–9.361	–9.870
68	0.310	–9.876	–9.566	168	–0.467	3.586	3.120
69	1.325	–1.900	–0.575	169	0.294	–7.444	–7.150
70	–2.791	–4.022	–6.813	170	–0.318	–6.104	–6.423
71	0.102	–9.749	–9.647	171	–10.000	0.000	–10.000
72	1.593	–4.022	–2.429	172	–1.201	7.125	5.924
73	–2.516	–1.900	–4.416	173	–1.201	7.125	5.924
74	–0.124	–9.876	–10.000	174	–0.351	6.502	6.151
75	0.912	–7.682	–6.770	175	–0.351	6.502	6.151
76	–1.259	2.339	1.081	176	0.395	7.125	7.521
77	–0.102	–9.168	–9.270	177	0.395	7.125	7.521
78	–3.514	9.349	5.835	178	0.000	0.000	0.000
79	–2.111	7.093	4.981	179	0.371	–6.429	–6.058
80	–0.963	7.093	6.130	180	0.413	5.441	5.855
81	–0.101	9.349	9.247	181	–0.650	–9.299	–9.950
82	0.345	–7.955	–7.611	182	0.490	–9.415	–8.925
83	–2.214	–5.260	–7.474	183	1.988	–2.405	–0.416
84	0.446	1.725	2.172	184	–2.524	–2.201	–4.725
85	0.379	–9.556	–9.177	185	–0.009	–8.354	–8.363
86	–3.231	–3.352	–6.582	186	2.124	–2.201	–0.077
87	1.906	–1.000	0.906	187	–2.158	–2.405	–4.563
88	0.056	–9.330	–9.275	188	–0.467	–9.415	–9.881
89	–2.837	–1.000	–3.837	189	0.191	–9.299	–9.108
90	2.166	–3.352	–1.186	190	–0.364	5.441	5.078
91	–0.247	–9.556	–9.803	191	–0.292	–6.429	–6.721
92	–1.531	1.725	0.194	192	–0.721	7.491	6.770
93	1.290	–5.260	–3.970	193	–1.111	6.473	5.362
94	–0.252	–7.955	–8.208	194	0.803	6.473	7.276
95	–10.000	0.000	–10.000	195	0.456	7.491	7.947
96	–2.901	7.761	4.861	196	0.565	–9.257	–8.693
97	–2.901	7.761	4.861	197	0.512	–9.411	–8.899

(表 G–10　Continuous)

98	–1.340	7.723	6.384	198	1.419	–6.600	–5.181
99	–1.340	7.723	6.384	199	–1.484	–6.600	–8.084
100	–0.308	7.761	7.453	200	–0.543	–9.411	–9.954

(單位：ksi)

G.4 DLM–GA–NB設計結果

表G–11　200桿平面桁架(II)設計結果(III)：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面
1	1	9	1	17	2	25	25
2	3	10	9	18	17	26	4
3	1	11	2	19	1	27	15
4	1	12	1	20	19	28	22
5	5	13	12	21	3	29	30
6	2	14	1	22	3		
7	2	15	14	23	23		
8	7	16	2	24	1		

表G–12　200桿平面桁架(II)設計結果(III)：節點位移

構件	位移			構件	位移		
	載重1	載重2	載重3		載重1	載重2	載重3
1	0.000	0.000	0.000	76	0.184	0.000	0.184
2	0.381	–0.152	0.230	77	0.000	–0.325	–0.326
3	0.062	–0.617	–0.556	78	0.178	0.031	0.210
4	0.339	–0.078	0.261	79	–0.009	–0.335	–0.343
5	0.028	–0.564	–0.537	80	0.177	0.063	0.240
6	0.314	0.000	0.314	81	–0.015	–0.339	–0.354
7	0.004	–0.550	–0.546	82	0.176	0.094	0.270
8	0.305	0.078	0.383	83	–0.031	–0.367	–0.398
9	–0.018	–0.564	–0.582	84	0.176	0.094	0.270
10	0.305	0.152	0.457	85	–0.046	–0.404	–0.451
11	–0.049	–0.617	–0.666	86	0.173	–0.124	0.049
12	0.376	–0.087	0.289	87	0.052	–0.365	–0.313
13	0.059	–0.575	–0.516	88	0.159	–0.070	0.089
14	0.336	–0.087	0.249	89	0.015	–0.293	–0.278
15	0.036	–0.540	–0.504	90	0.146	0.000	0.146
16	0.321	–0.060	0.262	91	0.000	–0.280	–0.281
17	0.024	–0.524	–0.500	92	0.142	0.070	0.213
18	0.307	–0.032	0.274	93	–0.014	–0.293	–0.307
19	0.012	–0.509	–0.497	94	0.144	0.124	0.267
20	0.299	0.000	0.299	95	–0.045	–0.365	–0.410
21	0.002	–0.508	–0.506	96	0.178	–0.096	0.082
22	0.291	0.032	0.323	97	0.050	–0.330	–0.280
23	–0.007	–0.509	–0.516	98	0.138	–0.096	0.042
24	0.289	0.060	0.348	99	0.031	–0.287	–0.257
25	–0.018	–0.524	–0.542	100	0.131	–0.064	0.066
26	0.286	0.087	0.373	101	0.013	–0.248	–0.235
27	–0.033	–0.540	–0.573	102	0.123	–0.033	0.090
28	0.286	0.087	0.373	103	0.005	–0.241	–0.236
29	–0.049	–0.575	–0.623	104	0.120	0.000	0.120
30	0.308	–0.092	0.216	105	–0.001	–0.237	–0.238
31	0.058	–0.529	–0.472	106	0.116	0.033	0.149
32	0.295	–0.053	0.242	107	–0.007	–0.241	–0.248
33	0.022	–0.480	–0.458	108	0.117	0.064	0.181
34	0.277	0.000	0.277	109	–0.013	–0.248	–0.261
35	0.001	–0.463	–0.462	110	0.117	0.096	0.213
36	0.267	0.053	0.321	111	–0.028	–0.287	–0.316
37	–0.018	–0.480	–0.497	112	0.117	0.096	0.213
38	0.264	0.092	0.356	113	–0.044	–0.330	–0.374
39	–0.049	–0.529	–0.578	114	0.108	–0.112	–0.004
40	0.320	–0.081	0.239	115	0.048	–0.294	–0.246
41	0.056	–0.487	–0.430	116	0.099	–0.065	0.034
42	0.280	–0.081	0.199	117	0.011	–0.203	–0.192
43	0.041	–0.467	–0.426	118	0.091	0.000	0.091
44	0.268	–0.054	0.214	119	–0.001	–0.194	–0.194
45	0.020	–0.432	–0.413	120	0.090	0.065	0.154
46	0.256	–0.027	0.229	121	–0.011	–0.203	–0.214

(表 G–12　Continuous)

47	0.010	–0.425	–0.415	122	0.092	0.112	0.204
48	0.249	0.000	0.249	123	–0.042	–0.294	–0.336
49	0.001	–0.417	–0.416	124	0.119	–0.091	0.028
50	0.243	0.027	0.270	125	0.046	–0.265	–0.219
51	–0.009	–0.425	–0.434	126	0.079	–0.091	–0.012
52	0.240	0.054	0.294	127	0.027	–0.213	–0.186
53	–0.017	–0.432	–0.449	128	0.073	–0.059	0.014
54	0.238	0.081	0.319	129	0.008	–0.158	–0.149
55	–0.033	–0.467	–0.500	130	0.067	–0.026	0.041
56	0.238	0.081	0.319	131	0.004	–0.153	–0.149
57	–0.048	–0.487	–0.535	132	0.066	0.000	0.066
58	0.262	–0.133	0.128	133	–0.001	–0.154	–0.155
59	0.055	–0.443	–0.388	134	0.064	0.026	0.090
60	0.233	–0.057	0.176	135	–0.006	–0.153	–0.159
61	0.018	–0.385	–0.367	136	0.066	0.059	0.125
62	0.217	0.000	0.217	137	–0.009	–0.158	–0.167
63	0.000	–0.370	–0.370	138	0.069	0.091	0.160
64	0.209	0.057	0.266	139	–0.025	–0.213	–0.238
65	–0.016	–0.385	–0.401	140	0.069	0.091	0.160
66	0.208	0.133	0.341	141	–0.041	–0.265	–0.306
67	–0.047	–0.443	–0.490	142	0.052	–0.108	–0.056
68	0.252	–0.094	0.158	143	0.045	–0.234	–0.190
69	0.053	–0.404	–0.351	144	0.046	–0.051	–0.005
70	0.212	–0.094	0.118	145	0.006	–0.112	–0.106
71	0.032	–0.367	–0.335	146	0.038	0.000	0.038
72	0.201	–0.063	0.138	147	–0.001	–0.114	–0.115
73	0.016	–0.339	–0.323	148	0.044	0.051	0.095
74	0.189	–0.031	0.158	149	–0.006	–0.112	–0.119
75	0.008	–0.335	–0.327	150	0.047	0.108	0.156

(單位：in)

表G–13　200桿平面桁架(II)設計結果(III)：構件應力

構件	應力			構件	應力		
	載重1	載重2	載重3		載重1	載重2	載重3
1	–0.039	–0.234	–0.274	101	–0.312	7.881	7.569
2	–5.284	9.238	3.955	102	0.000	0.000	0.000
3	–3.174	9.711	6.537	103	0.293	–8.269	–7.976
4	–1.016	9.711	8.694	104	1.565	2.771	4.336
5	–0.005	9.238	9.233	105	–3.325	–6.567	–9.892
6	0.566	–8.891	–8.325	106	0.317	–9.600	–9.283
7	–1.473	–2.886	–4.360	107	2.141	–1.125	1.016
8	–0.743	–1.976	–2.719	108	–3.464	–3.500	–6.964
9	0.824	–8.426	–7.601	109	0.048	–9.422	–9.374
10	–1.402	–2.123	–3.526	110	2.318	–3.500	–1.182
11	–0.226	–1.703	–1.930	111	–2.997	–1.125	–4.122
12	0.433	–8.691	–8.259	112	–0.206	–9.600	–9.806
13	–0.901	–1.703	–2.604	113	1.343	–6.567	–5.224
14	0.161	–2.123	–1.962	114	–1.592	2.771	1.179
15	–0.002	–8.426	–8.428	115	–0.215	–8.269	–8.483
16	–0.155	–1.976	–2.131	116	–1.731	6.679	4.948
17	0.002	–2.886	–2.885	117	–1.687	8.805	7.118
18	–0.001	–8.891	–8.892	118	–0.444	8.805	8.361
19	–10.000	0.000	–10.000	119	0.152	6.679	6.831
20	–3.674	6.862	3.188	120	0.408	–7.201	–6.793
21	–3.674	6.862	3.188	121	–0.993	–6.602	–7.594
22	–1.949	8.085	6.136	122	0.246	1.878	2.124
23	–1.949	8.085	6.136	123	0.419	–9.359	–8.940
24	–0.611	6.862	6.251	124	–2.521	–2.503	–5.025
25	–0.611	6.862	6.251	125	1.674	–1.440	0.234
26	0.000	0.000	0.000	126	0.033	–8.965	–8.932
27	0.283	–9.446	–9.163	127	–2.188	–1.440	–3.628
28	0.245	–0.904	–0.659	128	1.778	–2.503	–0.726
29	–2.462	–3.958	–6.420	129	–0.335	–9.359	–9.694
30	0.412	–9.213	–8.801	130	–0.858	1.878	1.020
31	0.043	–1.512	–1.469	131	0.677	–6.602	–5.925
32	–1.672	–2.314	–3.986	132	–0.316	–7.201	–7.517
33	0.216	–9.346	–9.129	133	–10.000	0.000	–10.000
34	0.370	–2.314	–1.944	134	–1.879	7.879	6.000
35	–1.109	–1.512	–2.622	135	–1.879	7.879	6.000
36	–0.001	–9.213	–9.214	136	–0.821	8.155	7.334
37	0.097	–3.958	–3.861	137	–0.821	8.155	7.334
38	–0.250	–0.904	–1.154	138	0.051	7.879	7.930
39	0.000	–9.446	–9.446	139	0.051	7.879	7.930
40	–1.626	4.802	3.175	140	0.000	0.000	0.000
41	–2.157	6.638	4.481	141	0.363	–7.512	–7.149
42	–1.253	6.638	5.385	142	0.880	2.493	3.374
43	–0.366	4.802	4.436	143	–1.627	–7.217	–8.844
44	0.326	–8.902	–8.576	144	0.373	–9.430	–9.058
45	–0.828	–6.597	–7.425	145	1.756	–1.418	0.338
46	–0.901	1.313	0.412	146	–2.604	–2.525	–5.129
47	0.410	–9.831	–9.421	147	0.029	–9.080	–9.050

(表 G–13　Continuous)

48	–2.576	–4.002	–6.578	148	1.846	–2.525	–0.679
49	1.107	–1.885	–0.778	149	–2.256	–1.418	–3.674
50	0.136	–9.674	–9.537	150	–0.298	–9.430	–9.728
51	–2.348	–1.885	–4.233	151	0.673	–7.217	–6.544
52	1.425	–4.002	–2.577	152	–0.854	2.493	1.639
53	–0.163	–9.831	–9.995	153	–0.281	–7.512	–7.793
54	–1.168	1.313	0.145	154	–1.216	5.917	4.701
55	0.822	–6.597	–5.775	155	–0.997	8.095	7.098
56	–0.137	–8.902	–9.039	156	–0.147	8.095	7.948
57	–10.000	0.000	–10.000	157	0.292	5.917	6.209
58	–3.005	6.737	3.731	158	0.396	–6.062	–5.665
59	–3.005	6.737	3.732	159	–0.362	–7.824	–8.186
60	–1.659	6.796	5.136	160	0.114	3.946	4.060
61	–1.659	6.796	5.136	161	0.550	–9.412	–8.862
62	–0.610	6.737	6.127	162	–2.369	–2.188	–4.557
63	–0.610	6.737	6.127	163	1.830	–2.335	–0.504
64	0.000	0.000	0.000	164	–0.009	–8.201	–8.210
65	0.245	–9.176	–8.932	165	–2.021	–2.335	–4.356
66	0.192	2.365	2.557	166	1.972	–2.188	–0.216
67	–1.921	–7.649	–9.570	167	–0.515	–9.412	–9.927
68	0.308	–9.873	–9.566	168	–0.438	3.946	3.508
69	1.318	–1.876	–0.558	169	0.265	–7.824	–7.559
70	–2.786	–4.011	–6.797	170	–0.317	–6.062	–6.379
71	0.102	–9.755	–9.653	171	–10.000	0.000	–10.000
72	1.588	–4.011	–2.423	172	–1.475	8.153	6.679
73	–2.512	–1.876	–4.387	173	–1.475	8.153	6.679
74	–0.122	–9.873	–9.996	174	–0.354	6.505	6.151
75	0.917	–7.649	–6.732	175	–0.354	6.505	6.151
76	–1.263	2.365	1.102	176	0.530	8.153	8.683
77	–0.103	–9.176	–9.279	177	0.530	8.153	8.683
78	–3.520	9.509	5.990	178	0.000	0.000	0.000
79	–2.114	7.174	5.060	179	0.363	–6.390	–6.027
80	–0.966	7.174	6.208	180	0.558	4.371	4.929
81	–0.099	9.509	9.410	181	–0.806	–8.248	–9.054
82	0.346	–7.954	–7.608	182	0.504	–9.461	–8.957
83	–2.216	–5.336	–7.552	183	1.889	–2.421	–0.532
84	0.457	1.540	1.997	184	–2.428	–2.102	–4.530
85	0.375	–9.527	–9.152	185	–0.008	–8.351	–8.359
86	–3.221	–3.504	–6.724	186	2.018	–2.102	–0.084
87	1.897	–1.121	0.777	187	–2.067	–2.421	–4.488
88	0.056	–9.317	–9.260	188	–0.472	–9.461	–9.933
89	–2.836	–1.121	–3.957	189	0.238	–8.248	–8.011
90	2.156	–3.504	–1.348	190	–0.411	4.371	3.960
91	–0.243	–9.527	–9.770	191	–0.291	–6.390	–6.681
92	–1.543	1.540	–0.004	192	–0.696	7.176	6.480
93	1.294	–5.336	–4.042	193	–1.066	6.376	5.311
94	–0.254	–7.954	–8.207	194	0.750	6.376	7.126
95	–10.000	0.000	–10.000	195	0.434	7.176	7.610
96	–2.906	7.881	4.975	196	0.573	–9.345	–8.772
97	–2.906	7.881	4.975	197	0.503	–9.367	–8.864

(表 G–13　Continuous)

98	–1.347	7.855	6.508	198	1.425	–6.585	–5.160
99	–1.347	7.855	6.508	199	–1.490	–6.585	–8.075
100	–0.312	7.881	7.569	200	–0.536	–9.367	–9.903

(單位：ksi)

附錄H　101桿平面桁架細部資料及設計結果

H.1　細部設計資料

表H–1　101桿平面桁架節點對應自由度編號

節點	自由度		節點	自由度		節點	自由度		節點	自由度	
	x向	y向		x向	y向		x向	y向		x向	y向
2	1	2	13	23	24	24	45	46	35	67	68
3	3	4	14	25	26	25	47	48	36	69	70
4	5	6	15	27	28	26	49	50	37	71	72
5	7	8	16	29	30	27	51	52	38	73	74
6	9	10	17	31	32	28	53	54	39	75	76
7	11	12	18	33	34	29	55	56	40	77	78
8	13	14	19	35	36	30	57	58	42	79	80
9	15	16	20	37	38	31	59	60			
10	17	18	21	39	40	32	61	62			
11	19	20	22	41	42	33	63	64			
12	21	22	23	43	44	34	65	66			

表H–2　101桿平面桁架設計變數分組及桿件節點

變數	桿件	節點	變數	桿件	節點
1	1, 101	(1, 2) , (41, 42)	27	27, 72	(12, 14) , (30, 32)
2	2, 97	(2, 4) , (40, 42)	28	28, 74	(12, 13) , (29, 32)
3	3, 99	(2, 3) , (39, 42)	29	29, 73	(11, 14) , (30, 31)
4	4, 98	(1, 4) , (40, 41)	30	30, 75	(11, 13) , (29, 31)
5	5, 100	(1, 3) , (39, 41)	31	31, 71	(13, 14) , (29, 30)
6	6, 96	(3, 4) , (39, 40)	32	32, 67	(14, 16) , (28, 30)
7	7, 92	(4, 6) , (38, 40)	33	33, 69	(14, 15) , (27, 30)
8	8, 94	(4, 5) , (37, 40)	34	34, 68	(13, 16) , (28, 29)
9	9, 93	(3, 6) , (38, 39)	35	35, 70	(13, 15) , (27, 29)
10	10, 95	(3, 5) , (37, 39)	36	36, 66	(15, 16) , (27, 28)
11	11, 91	(5, 6) , (37, 38)	37	37, 62	(16, 18) , (26, 28)
12	12, 87	(6, 8) , (36, 38)	38	38, 64	(16, 17) , (25, 28)
13	13, 89	(6, 7) , (35, 38)	39	39, 63	(15, 18) , (26, 27)
14	14, 88	(5, 8) , (36, 37)	40	40, 65	(15, 17) , (25, 27)
15	15, 90	(5, 7) , (35, 37)	41	41, 61	(17, 18) , (25, 26)
16	16, 86	(7, 8) , (35, 36)	42	42, 57	(18, 20) , (24, 26)
17	17, 82	(8, 10) , (34, 36)	43	43, 59	(18, 19) , (23, 26)
18	18, 84	(8, 9) , (33, 36)	44	44, 58	(17, 20) , (24, 25)
19	19, 83	(7, 10) , (34, 35)	45	45, 60	(17, 19) , (23, 25)
20	20, 85	(7, 9) , (33, 35)	46	46, 56	(19, 20) , (23, 24)
21	21, 81	(9, 10) , (33, 34)	47	47, 52	(20, 22) , (22, 24)
22	22, 77	(10, 12) , (32, 34)	48	48, 54	(20, 21) , (21, 24)
23	23, 79	(10, 11) , (31, 34,)	49	49, 53	(19, 22) , (22, 23)
24	24, 78	(9, 12) , (32, 33)	50	50, 55	(19, 21) , (21, 23)
25	25, 80	(9, 11) , (31, 33)	51	51	(21, 22)
26	26, 76	(11, 12) , (31, 32)			

表H–3　101桿平面桁架斷面資料庫

編號	截面積	編號	截面積	編號	截面積	編號	截面積
1	0.100	9	1.488	17	4.805	25	14.290
2	0.347	10	1.764	18	5.952	26	17.170
3	0.440	11	2.142	19	6.572	27	19.180
4	0.539	12	2.697	20	7.192	28	23.680
5	0.954	13	2.800	21	8.525	29	28.080
6	1.081	14	3.131	22	9.300	30	33.700
7	1.174	15	3.565	23	10.850		
8	1.333	16	3.813	24	13.330		

(單位：in^2)

H.2 GA–NB設計結果

表H–4 101桿平面桁架設計結果(I)：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面
1	1	14	4	27	28	40	20
2	1	15	21	28	13	41	11
3	1	16	14	29	18	42	30
4	22	17	25	30	13	43	1
5	26	18	2	31	9	44	1
6	18	19	21	32	29	45	22
7	18	20	13	33	3	46	1
8	2	21	1	34	2	47	30
9	22	22	28	35	15	48	20
10	23	23	13	36	17	49	1
11	4	24	2	37	29	50	21
12	26	25	11	38	9	51	1
13	15	26	13	39	18		

表H–5 101桿平面桁架設計結果(I)：節點位移

自由度	位移	自由度	位移	自由度	位移	自由度	位移
1	–0.065	21	–0.061	41	0.000	61	0.061
2	–0.006	22	–0.608	42	–0.984	62	–0.608
3	0.016	23	0.064	43	–0.016	63	–0.063
4	–0.125	24	–0.725	44	–0.964	64	–0.495
5	–0.079	25	–0.045	45	0.016	65	0.054
6	–0.109	26	–0.748	46	–0.954	66	–0.495
7	0.031	27	0.046	47	–0.030	67	–0.050
8	–0.239	28	–0.859	48	–0.923	68	–0.379
9	–0.061	29	–0.046	49	0.030	69	0.072
10	–0.232	30	–0.836	50	–0.940	70	–0.358
11	0.050	31	0.030	51	–0.046	71	–0.031
12	–0.379	32	–0.923	52	–0.859	72	–0.239
13	–0.072	33	–0.030	53	0.046	73	0.061
14	–0.358	34	–0.940	54	–0.836	74	–0.232
15	0.063	35	0.016	55	–0.064	75	–0.016
16	–0.495	36	–0.964	56	–0.725	76	–0.125
17	–0.054	37	–0.016	57	0.045	77	0.079
18	–0.495	38	–0.954	58	–0.748	78	–0.109
19	0.078	39	0.000	59	–0.078	79	0.065
20	–0.630	40	–1.000	60	–0.630	80	–0.006

(單位：in)

表H–6　101桿平面桁架設計結果(I)：構件應力

構件	應力	構件	應力	構件	應力	構件	應力
1	–3.484	27	–7.996	53	–2.474	79	6.002
2	–3.553	28	6.615	54	7.919	80	–7.459
3	4.462	29	–7.211	55	7.781	81	0.013
4	–7.550	30	7.047	56	2.941	82	–8.841
5	–7.812	31	–8.280	57	–7.564	83	–7.390
6	8.139	32	–7.882	58	–1.008	84	6.013
7	–8.615	33	10.731	59	–0.918	85	–6.592
8	5.202	34	–9.351	60	7.125	86	8.372
9	–7.409	35	9.037	61	–5.301	87	–7.257
10	–7.840	36	7.225	62	–8.045	88	–8.162
11	3.902	37	–8.045	63	–7.639	89	8.800
12	–7.257	38	9.069	64	9.069	90	–9.498
13	8.800	39	–7.639	65	8.212	91	3.902
14	–8.162	40	8.212	66	7.225	92	–8.615
15	–9.498	41	–5.301	67	–7.882	93	–7.409
16	8.372	42	–7.564	68	–9.351	94	5.202
17	–8.841	43	–0.919	69	10.732	95	–7.840
18	6.013	44	–1.006	70	9.037	96	8.139
19	–7.390	45	7.125	71	–8.280	97	–3.553
20	–6.592	46	2.942	72	–7.996	98	–7.550
21	0.013	47	–8.239	73	–7.211	99	4.462
22	–7.641	48	7.919	74	6.615	100	–7.812
23	6.002	49	–2.474	75	7.047	101	–3.484
24	–5.682	50	7.781	76	7.863		
25	–7.458	51	4.325	77	–7.641		
26	7.863	52	–8.239	78	–5.682		

(單位：ksi)

H.3 DLM設計結果

表H–7　101桿平面桁架設計結果(II)：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面
1	1	14	1	27	28	40	16
2	1	15	23	28	14	41	18
3	1	16	14	29	17	42	30
4	21	17	26	30	9	43	1
5	26	18	1	31	11	44	1
6	18	19	21	32	29	45	20
7	19	20	14	33	4	46	1
8	1	21	1	34	4	47	30
9	21	22	28	35	15	48	20
10	23	23	11	36	1	49	1
11	1	24	1	37	30	50	20
12	26	25	13	38	19	51	1
13	17	26	11	39	4		

表H–8　101桿平面桁架設計結果(II)：節點位移

自由度	位移	自由度	位移	自由度	位移	自由度	位移
1	–0.062	21	–0.061	41	0.000	61	0.061
2	–0.006	22	–0.608	42	–0.986	62	–0.608
3	0.016	23	0.065	43	–0.017	63	–0.064
4	–0.124	24	–0.731	44	–0.965	64	–0.487
5	–0.074	25	–0.045	45	0.016	65	0.053
6	–0.107	26	–0.753	46	–0.954	66	–0.485
7	0.033	27	0.050	47	–0.034	67	–0.049
8	–0.236	28	–0.853	48	–0.918	68	–0.370
9	–0.059	29	–0.045	49	0.030	69	0.067
10	–0.232	30	–0.832	50	–0.943	70	–0.350
11	0.049	31	0.034	51	–0.050	71	–0.033
12	–0.370	32	–0.918	52	–0.853	72	–0.236
13	–0.067	33	–0.030	53	0.045	73	0.059
14	–0.350	34	–0.943	54	–0.832	74	–0.232
15	0.064	35	0.017	55	–0.065	75	–0.016
16	–0.487	36	–0.965	56	–0.731	76	–0.124
17	–0.053	37	–0.016	57	0.045	77	0.074
18	–0.485	38	–0.954	58	–0.752	78	–0.107
19	0.080	39	0.000	59	–0.080	79	0.062
20	–0.630	40	–1.000	60	–0.630	80	–0.006

(單位：in)

表H–9　101桿平面桁架設計結果(II)：構件應力

構件	應力	構件	應力	構件	應力	構件	應力
1	–3.774	27	–8.130	53	–2.302	79	8.368
2	–3.849	28	7.663	54	7.921	80	–7.991
3	4.833	29	–7.794	55	8.432	81	0.845
4	–8.232	30	7.305	56	3.272	82	–7.305
5	–8.145	31	–7.576	57	–7.563	83	–7.556
6	8.286	32	–7.870	58	–1.628	84	6.725
7	–7.666	33	7.676	59	–1.486	85	–7.421
8	5.389	34	–7.210	60	8.427	86	7.974
9	–8.231	35	7.539	61	–7.701	87	–7.396
10	–8.281	36	6.550	62	–7.344	88	–7.534
11	1.977	37	–7.344	63	–8.799	89	7.216
12	–7.396	38	8.250	64	8.250	90	–8.202
13	7.216	39	–8.799	65	8.338	91	1.977
14	–7.535	40	8.338	66	6.549	92	–7.666
15	–8.202	41	–7.701	67	–7.870	93	–8.231
16	7.974	42	–7.563	68	–7.210	94	5.389
17	–7.305	43	–1.491	69	7.676	95	–8.281
18	6.725	44	–1.622	70	7.538	96	8.286
19	–7.556	45	8.427	71	–7.576	97	–3.849
20	–7.421	46	3.275	72	–8.130	98	–8.232
21	0.845	47	–8.239	73	–7.794	99	4.833
22	–7.672	48	7.921	74	7.663	100	–8.145
23	8.368	49	–2.300	75	7.304	101	–3.774
24	–7.387	50	8.432	76	7.799		
25	–7.991	51	4.022	77	–7.672		
26	7.799	52	–8.239	78	–7.387		

(單位：ksi)

H.4 DLM–GA–NB設計結果

表H–10 101桿平面桁架設計結果(III)：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面
1	1	14	1	27	28	40	11
2	1	15	24	28	6	41	17
3	1	16	15	29	19	42	30
4	22	17	26	30	2	43	1
5	27	18	1	31	4	44	1
6	18	19	21	32	29	45	17
7	18	20	17	33	5	46	1
8	1	21	1	34	1	47	30
9	21	22	28	35	5	48	20
10	24	23	11	36	4	49	1
11	1	24	1	37	30	50	17
12	26	25	17	38	18	51	1
13	17	26	15	39	9		

表H–11 101桿平面桁架設計結果(III)：節點位移

自由度	位移	自由度	位移	自由度	位移	自由度	位移
1	–0.063	21	–0.061	41	0.000	61	0.061
2	–0.005	22	–0.605	42	–0.986	62	–0.605
3	0.016	23	0.068	43	–0.018	63	–0.066
4	–0.123	24	–0.727	44	–0.965	64	–0.485
5	–0.076	25	–0.046	45	0.016	65	0.053
6	–0.106	26	–0.755	46	–0.953	66	–0.482
7	0.033	27	0.052	47	–0.036	67	–0.049
8	–0.235	28	–0.856	48	–0.916	68	–0.367
9	–0.059	29	–0.045	49	0.030	69	0.067
10	–0.231	30	–0.831	50	–0.943	70	–0.350
11	0.049	31	0.036	51	–0.052	71	–0.033
12	–0.367	32	–0.916	52	–0.856	72	–0.235
13	–0.067	33	–0.030	53	0.045	73	0.059
14	–0.350	34	–0.943	54	–0.831	74	–0.231
15	0.066	35	0.018	55	–0.068	75	–0.016
16	–0.485	36	–0.965	56	–0.727	76	–0.123
17	–0.053	37	–0.016	57	0.046	77	0.076
18	–0.482	38	–0.954	58	–0.755	78	–0.106
19	0.082	39	0.000	59	–0.082	79	0.063
20	–0.629	40	–1.000	60	–0.629	80	–0.005

(單位：in)

表H–12　101桿平面桁架設計結果(III)：構件應力

構件	應力	構件	應力	構件	應力	構件	應力
1	–3.413	27	–7.726	53	–2.237	79	8.385
2	–3.480	28	6.966	54	7.922	80	–8.377
3	4.370	29	–8.204	55	8.905	81	1.157
4	–7.551	30	7.458	56	3.325	82	–7.302
5	–8.220	31	–10.168	57	–7.563	83	–7.565
6	8.292	32	–7.930	58	–1.778	84	5.901
7	–8.463	33	7.322	59	–1.615	85	–8.540
8	5.242	34	–7.631	60	8.900	86	7.025
9	–8.233	35	7.725	61	–8.299	87	–7.394
10	–8.079	36	7.948	62	–7.233	88	–7.777
11	2.268	37	–7.233	63	–7.900	89	7.211
12	–7.395	38	7.931	64	7.931	90	–8.014
13	7.211	39	–7.900	65	8.244	91	2.268
14	–7.777	40	8.244	66	7.948	92	–8.463
15	–8.014	41	–8.299	67	–7.930	93	–8.233
16	7.025	42	–7.563	68	–7.632	94	5.242
17	–7.302	43	–1.622	69	7.323	95	–8.079
18	5.902	44	–1.771	70	7.722	96	8.292
19	–7.565	45	8.900	71	–10.167	97	–3.480
20	–8.539	46	3.328	72	–7.726	98	–7.551
21	1.157	47	–8.239	73	–8.204	99	4.370
22	–7.673	48	7.922	74	6.965	100	–8.220
23	8.385	49	–2.234	75	7.453	101	–3.412
24	–6.993	50	8.905	76	8.436		
25	–8.376	51	3.909	77	–7.673		
26	8.436	52	–8.239	78	–6.993		

(單位：ksi)

附錄I　200桿平面桁架(I)細部資料及設計結果

I.1　細部設計資料

表I–1　200桿平面桁架(I)節點對應自由度編號

節點	自由度		節點	自由度		節點	自由度		節點	自由度	
	x向	y向		x向	y向		x向	y向		x向	y向
1	1	2	20	39	40	39	77	78	58	115	116
2	3	4	21	41	42	40	79	80	59	117	118
3	5	6	22	43	44	41	81	82	60	119	120
4	7	8	23	45	46	42	83	84	61	121	122
5	9	10	24	47	48	43	85	86	62	123	124
6	11	12	25	49	50	44	87	88	63	125	126
7	13	14	26	51	52	45	89	90	64	127	128
8	15	16	27	53	54	46	91	92	65	129	130
9	17	18	28	55	56	47	93	94	66	131	132
10	19	20	29	57	58	48	95	96	67	133	134
11	21	22	30	59	60	49	97	98	68	135	136
12	23	24	31	61	62	50	99	100	69	137	138
13	25	26	32	63	64	51	101	102	70	139	140
14	27	28	33	65	66	52	103	104	71	141	142
15	29	30	34	67	68	53	105	106	72	143	144
16	31	32	35	69	70	54	107	108	73	145	146
17	33	34	36	71	72	55	109	110	74	147	148
18	35	36	37	73	74	56	111	112	75	149	150
19	37	38	38	75	76	57	113	114			

表I–2　200桿平面桁架(I)設計變數分組及桿件節點

變數	桿件	節點	變數	桿件	節點
1	1, 4	(1, 2) , (4, 5)	48	97, 98	(37, 38) , (38, 39)
2	2, 3	(2, 3) , (3, 4)	49	102, 114	(43, 34) , (47, 42)
3	5, 17	(6, 1) , (14, 5)	50	103, 113	(43, 35) , (47, 41)
4	6, 16	(7, 1) , (13, 5)	51	104, 112	(44, 35) , (46, 41)
5	7, 15	(7, 2) , (13, 4)	52	105, 111	(44, 36) , (46, 40)
6	8, 14	(8, 2) , (12, 4)	53	106, 110	(44, 37) , (46, 39)
7	9, 13	(9, 2) , (11, 4)	54	107, 109	(45, 37) , (45, 39)
8	10, 12	(9, 3) , (11, 3)	55	108	(45, 38)
9	11	(10, 3)	56	115, 118	(43, 44) , (46, 47)
10	18, 25, 56, 63, 94, 101, 132, 139, 170, 177	(6, 7) , (13, 14) , (20, 21) , (27, 28) , (34, 35) , (41, 42) , (48, 49) , (55, 56) , (62, 63) , (69, 70)	57	116, 117	(44, 45) , (45, 46)
			58	119, 131	(48, 43) , (56, 47)
			59	120, 130	(49, 43) , (55, 47)
			60	121, 129	(49, 44) , (55, 46)
			61	122, 128	(50, 44) , (54, 46)
11	19, 20, 23, 24	(7, 8) , (8, 9) , (11, 12) , (12, 13)	62	123, 127	(51, 44) , (53, 46)
			63	124, 126	(51, 45) , (53, 45)
12	21, 22	(9, 10) , (10, 11)	64	125	(52, 45)
13	26, 38	(15, 6) , (19, 14)	65	133, 134, 137, 138	(49, 50) , (50, 51) , (53, 54) , (54, 55)
14	27, 37	(15, 7) , (19, 13)			
15	28, 36	(16, 7) , (18, 13)	66	135, 136	(51, 52) , (52, 53)
16	29, 35	(16, 8) , (18, 12)	67	140, 152	(57, 48) , (61, 56)
17	30, 34	(16, 9) , (18, 11)	68	141, 151	(57, 49) , (61, 55)
18	31, 33	(17, 9) , (17, 11)	69	142, 150	(58, 49) , (60, 55)
19	32	(17, 10)	70	143, 149	(58, 50) , (60, 54)
20	39, 42	(15, 16) , (18, 19)	71	144, 148	(58, 51) , (60, 53)
21	40, 41	(16, 17) , (17, 18)	72	145, 147	(59, 51) , (59, 53)
22	43, 55	(20, 15) , (28, 19)	73	146	(59, 52)
23	44, 54	(21, 15) , (27, 19)	74	153, 156	(57, 58) , (60, 61)
24	45, 53	(21, 16) , (27, 18)	75	154, 155	(58, 59) , (59, 60)
25	46, 52	(22, 16) , (26, 18)	76	157, 169	(62, 57) , (70, 61)
26	47, 51	(23, 16) , (25, 18)	77	158, 168	(63, 57) , (69, 61)
27	48, 50	(23, 17) , (25, 17)	78	159, 167	(63, 58) , (69, 60)
28	49	(24, 17)	79	160, 166	(64, 58) , (68, 60)
29	57, 58, 61, 62	(21, 22) , (22, 23) , (25, 26) , (26, 27)	80	161, 165	(65, 58) , (67, 60)
			81	162, 164	(65, 59) , (67, 59)
30	59, 60	(23, 24) , (24, 25)	82	163	(66, 59)
31	64, 76	(29, 20) , (33, 28)	83	171, 172, 175, 176	(63, 64) , (64, 65) , (67, 68) , (68, 69)
32	65, 75	(29, 21) , (33, 27)			
33	66, 74	(30, 21) , (32, 27)	84	173, 174	(65, 66) , (66, 67)
34	67, 73	(30, 22) , (32, 26)	85	178, 190	(71, 62) , (75, 70)
35	68, 72	(30, 23) , (32, 25)	86	179, 189	(71, 63) , (75, 69)
36	69, 71	(31, 23) , (31, 25)	87	180, 188	(72, 63) , (74, 69)
37	70	(31, 24)	88	181, 187	(72, 64) , (74, 68)
38	77, 80	(29, 30) , (32, 33)	89	182, 186	(72, 65) , (74, 67)
39	78, 79	(30, 31) , (31, 32)	90	183, 185	(73, 65) , (73, 67)
40	81, 93	(34, 29) , (42, 33)	91	184	(73, 66)
41	82, 92	(35, 29) , (41, 33)	92	191, 194	(71, 72) , (74, 75)
42	83, 91	(35, 30) , (41, 32)	93	192, 193	(72, 73) , (73, 74)
43	84, 90	(36, 30) , (40, 32)	94	195, 200	(76, 71) , (77, 75)
44	85, 89	(37, 30) , (39, 32)	95	196, 199	(76, 72) , (77, 74)

(表 F–6　Continuous)

45	86, 88	(37, 31) , (39, 31)	96	197, 198	(76, 73) , (77, 73)
46	87	(38, 31)			
47	95, 96, 99, 100	(35, 36) , (36, 37) , (39, 40) , (40, 41)			

表I–3　200桿平面桁架(I)載重資料

載重型式	對應自由度方向	載重kips (kN)
1	1, 11, 29, 39, 57, 67, 85, 95, 113, 123, 141	1 (4.45)
2	2, 4, 6, 8, 10, 12, 16, 20, 24, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 44, 48, 52, 56, 58, 60, 62, 64, 66, 68, 72, 76, 80, 84, 86, 88, 90, 92, 94, 96, 100, 104, 108, 112, 114, 116, 118, 120, 122, 124, 128, 132, 136, 140, 142, 144, 146, 148, 150	–10 (44.54)
3	載重型式1與2同時施加	

表I–4　200桿平面桁架(I)斷面資料庫

編號	截面積	編號	截面積	編號	截面積	編號	截面積
1	0.100	9	1.488	17	4.805	25	14.290
2	0.347	10	1.764	18	5.952	26	17.170
3	0.440	11	2.142	19	6.572	27	19.180
4	0.539	12	2.697	20	7.192	28	23.680
5	0.954	13	2.800	21	8.525	29	28.080
6	1.081	14	3.131	22	9.300	30	33.700
7	1.174	15	3.565	23	10.850		
8	1.333	16	3.813	24	13.330		

(單位：in^2)

I.2 DLM設計結果

表I–5 200桿平面桁架(I)設計結果：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面
1	13	25	20	49	10	73	7
2	12	26	1	50	1	74	6
3	1	27	13	51	15	75	1
4	16	28	1	52	26	76	1
5	1	29	1	53	2	77	10
6	9	30	3	54	7	78	1
7	1	31	11	55	11	79	28
8	10	32	1	56	10	80	9
9	1	33	17	57	1	81	4
10	1	34	21	58	1	82	7
11	1	35	13	59	14	83	1
12	1	36	1	60	2	84	1
13	13	37	9	61	27	85	6
14	1	38	11	62	1	86	1
15	16	39	1	63	11	87	10
16	10	40	1	64	4	88	28
17	10	41	15	65	1	89	4
18	1	42	1	66	1	90	9
19	13	43	25	67	9	91	8
20	15	44	6	68	3	92	5
21	10	45	2	69	15	93	1
22	1	46	10	70	27	94	9
23	17	47	1	71	11	95	29
24	1	48	1	72	1	96	12

表I–6　200桿平面桁架(I)設計結果：節點位移

構件	位移			構件	位移		
	載重1	載重2	載重3		載重1	載重2	載重3
1	0.452	–0.047	0.404	76	0.006	–0.421	–0.415
2	0.058	–0.440	–0.383	77	0.305	0.061	0.366
3	0.449	–0.024	0.425	78	–0.009	–0.360	–0.369
4	0.026	–0.476	–0.450	79	0.307	0.101	0.408
5	0.445	0.000	0.445	80	–0.018	–0.294	–0.312
6	0.006	–0.499	–0.492	81	0.309	0.141	0.450
7	0.445	0.024	0.469	82	–0.047	–0.334	–0.381
8	–0.021	–0.476	–0.498	83	0.309	0.141	0.450
9	0.446	0.047	0.493	84	–0.079	–0.421	–0.500
10	–0.059	–0.440	–0.500	85	0.314	–0.195	0.119
11	0.488	–0.060	0.428	86	0.090	–0.395	–0.305
12	0.062	–0.433	–0.371	67	0.311	–0.126	0.185
13	0.448	–0.060	0.388	88	0.018	–0.262	–0.244
14	0.054	–0.424	–0.370	89	0.262	0.000	0.262
15	0.438	–0.034	0.404	90	0.005	–0.364	–0.359
16	0.025	–0.445	–0.420	91	0.272	0.126	0.398
17	0.428	–0.008	0.420	92	–0.016	–0.262	–0.279
18	0.015	–0.462	–0.447	93	0.271	0.195	0.466
19	0.426	0.000	0.426	94	–0.079	–0.395	–0.474
20	0.010	–0.500	–0.490	95	0.310	–0.170	0.140
21	0.425	0.008	0.432	96	0.082	–0.427	–0.345
22	–0.006	–0.462	–0.468	97	0.270	–0.170	0.100
23	0.425	0.034	0.459	98	0.056	–0.309	–0.253
24	–0.021	–0.445	–0.466	99	0.258	–0.114	0.144
25	0.425	0.060	0.485	100	0.016	–0.225	–0.209
26	–0.042	–0.424	–0.466	101	0.245	–0.057	0.188
27	0.425	0.060	0.485	102	0.005	–0.266	–0.261
28	–0.067	–0.433	–0.500	103	0.238	0.000	0.238
29	0.414	–0.092	0.321	104	0.003	–0.333	–0.330
30	0.062	–0.415	–0.354	105	0.230	0.057	0.287
31	0.410	–0.055	0.356	106	–0.002	–0.266	–0.268
32	0.024	–0.391	–0.367	107	0.230	0.114	0.344
33	0.399	0.000	0.399	108	–0.015	–0.225	–0.240
34	0.010	–0.483	–0.473	109	0.231	0.170	0.401
35	0.401	0.055	0.456	110	–0.046	–0.309	–0.355
36	–0.021	–0.391	–0.412	111	0.231	0.170	0.401
37	0.401	0.092	0.493	112	–0.073	–0.427	–0.499
38	–0.067	–0.415	–0.482	113	0.231	–0.169	0.062
39	0.447	–0.095	0.352	114	0.081	–0.397	–0.315
40	0.070	–0.425	–0.356	115	0.217	–0.094	0.123
41	0.407	–0.095	0.312	116	0.014	–0.186	–0.172
42	0.055	–0.373	–0.318	117	0.184	0.000	0.184
43	0.394	–0.055	0.339	118	0.002	–0.278	–0.276
44	0.023	–0.360	–0.337	119	0.191	0.094	0.285
45	0.381	–0.014	0.367	120	–0.013	–0.186	–0.199
46	0.018	–0.434	–0.416	121	0.194	0.169	0.364

(表 I–6　Continuous)

47	0.378	0.000	0.378	122	–0.072	–0.397	–0.469
48	0.007	–0.494	–0.487	123	0.246	–0.112	0.134
49	0.376	0.014	0.390	124	0.098	–0.401	–0.303
50	–0.001	–0.434	–0.435	125	0.206	–0.112	0.094
51	0.375	0.055	0.430	126	0.056	–0.254	–0.198
52	–0.020	–0.360	–0.381	127	0.184	–0.083	0.102
53	0.375	0.095	0.470	128	0.011	–0.145	–0.134
54	–0.046	–0.373	–0.419	129	0.162	–0.053	0.109
55	0.375	0.095	0.470	130	0.012	–0.162	–0.151
56	–0.074	–0.425	–0.500	131	0.154	0.000	0.154
57	0.372	–0.155	0.217	132	0.000	–0.217	–0.217
58	0.070	–0.404	–0.333	133	0.146	0.053	0.199
59	0.367	–0.097	0.270	134	–0.011	–0.162	–0.173
60	0.022	–0.329	–0.306	135	0.152	0.083	0.234
61	0.344	0.000	0.344	136	–0.010	–0.145	–0.155
62	0.007	–0.463	–0.456	137	0.158	0.112	0.270
63	0.343	0.097	0.440	138	–0.039	–0.254	–0.293
64	–0.020	–0.329	–0.348	139	0.158	0.112	0.270
65	0.343	0.155	0.498	140	–0.078	–0.401	–0.479
66	–0.075	–0.404	–0.478	141	0.159	–0.144	0.015
67	0.399	–0.141	0.258	142	0.100	–0.357	–0.257
68	0.089	–0.421	–0.332	143	0.153	–0.048	0.105
69	0.359	–0.141	0.218	144	0.007	–0.103	–0.095
70	0.058	–0.334	–0.276	145	0.092	0.000	0.092
71	0.340	–0.101	0.239	146	–0.002	–0.126	–0.129
72	0.020	–0.294	–0.274	147	0.123	0.048	0.170
73	0.321	–0.061	0.261	148	–0.007	–0.103	–0.110
74	0.020	–0.360	–0.340	149	0.121	0.144	0.265
75	0.313	0.000	0.313	150	–0.078	–0.357	–0.435

(單位：in)

表I–7　200桿平面桁架(I)設計結果：構件應力

構件	應力			構件	應力		
	載重1	載重2	載重3		載重1	載重2	載重3
1	–0.381	2.928	2.546	101	0.000	0.000	0.000
2	–0.456	2.977	2.521	102	–0.227	–5.460	–5.687
3	0.053	2.977	3.030	103	0.607	13.024	13.631
4	0.047	2.928	2.974	104	0.018	–7.302	–7.284
5	–0.807	–1.632	–2.439	105	0.408	–6.592	–6.184
6	0.028	–3.358	–3.331	106	1.279	–5.314	–4.035
7	–3.347	–2.791	–6.138	107	–4.192	6.641	2.449
8	0.214	–6.568	–6.354	108	0.180	–11.918	–11.738
9	–0.797	–0.158	–0.955	109	2.610	6.641	9.251
10	0.636	–3.699	–3.063	110	–2.526	–5.314	–7.840
11	–0.734	0.248	–0.485	111	–0.319	–6.592	–6.911
12	–0.581	–3.699	–4.280	112	0.024	–7.302	–7.279
13	0.271	–0.158	0.113	113	0.131	13.024	13.155
14	–0.039	–6.568	–6.607	114	0.045	–5.460	–5.415
15	0.481	–2.791	–2.310	115	–0.337	8.642	8.304
16	–0.053	–3.358	–3.412	116	–6.094	15.735	9.640
17	1.567	–1.633	–0.066	117	1.223	15.735	16.957
18	–10.000	0.000	–10.000	118	–0.108	8.642	8.534
19	–2.447	6.493	4.046	119	1.786	6.618	8.405
20	–2.447	6.493	4.046	120	–0.221	–8.021	–8.243
21	–0.438	1.981	1.543	121	–0.445	10.326	9.882
22	–0.438	1.981	1.543	122	0.412	–7.712	–7.300
23	0.106	6.493	6.600	123	–5.108	7.488	2.380
24	0.107	6.494	6.600	124	1.754	–6.112	–4.358
25	0.000	0.000	0.000	125	0.368	–6.369	–6.001
26	–0.029	–3.630	–3.659	126	–2.507	–6.112	–8.620
27	2.552	2.280	4.832	127	2.568	7.488	10.056
28	–0.127	–3.491	–3.618	128	–0.319	–7.712	–8.032
29	0.180	–11.209	–11.029	129	–0.621	10.326	9.705
30	0.725	–3.899	–3.174	130	0.091	–8.021	–7.930
31	–2.366	3.367	1.001	131	–1.283	6.618	5.335
32	–0.026	–3.563	–3.589	132	–10.000	0.000	–10.000
33	0.696	3.367	4.063	133	–3.096	14.137	11.041
34	–0.606	–3.899	–4.504	134	–3.096	14.137	11.041
35	–0.033	–11.209	–11.242	135	–1.953	14.324	12.371
36	–0.056	–3.491	–3.547	136	–1.953	14.324	12.371
37	0.564	2.280	2.844	137	0.119	14.137	14.256
38	0.056	–3.630	–3.574	138	0.119	14.137	14.256
39	–0.392	4.682	4.289	139	0.000	0.000	0.000
40	–1.479	6.856	5.376	140	0.120	–6.276	–6.156
41	0.276	6.856	7.132	141	0.875	10.653	11.528
42	–0.022	4.682	4.660	142	–0.346	–7.354	–7.700
43	–1.672	2.146	0.474	143	0.412	–8.234	–7.821
44	0.077	–5.473	–5.396	144	1.796	–6.106	–4.310
45	–3.508	1.938	–1.570	145	–6.001	7.342	1.342
46	0.190	–6.417	–6.227	146	0.169	–11.442	–11.273
47	–2.221	9.386	7.165	147	4.186	7.342	11.529

(表 I–7　Continuous)

48	0.858	–4.580	–3.723	148	–2.583	–6.106	–8.689
49	0.596	2.464	3.060	149	–0.319	–8.234	–8.553
50	–0.979	–4.580	–5.559	150	0.077	–7.354	–7.277
51	0.131	9.386	9.517	151	–0.469	10.653	10.184
52	–0.150	–6.417	–6.568	152	–0.086	–6.276	–6.362
53	0.387	1.938	2.324	153	–1.796	9.430	7.634
54	0.014	–5.473	–5.459	154	–4.107	11.757	7.650
55	1.501	2.146	3.647	155	0.881	11.757	12.638
56	–10.000	0.000	–10.000	156	0.428	9.430	9.858
57	–3.238	10.131	6.893	157	–3.593	0.960	–2.633
58	–3.238	10.131	6.893	158	0.615	–11.684	–11.069
59	–0.656	3.555	2.899	159	–4.059	10.205	6.146
60	–0.656	3.555	2.899	160	0.687	–8.463	–7.776
61	–0.119	10.131	10.012	161	–5.292	1.321	–3.971
62	–0.119	10.131	10.012	162	1.033	–8.770	–7.737
63	0.000	0.000	0.000	163	0.498	–12.813	–12.315
64	–0.078	–4.568	–4.646	164	–2.303	–8.770	–11.072
65	1.773	9.850	11.624	165	4.285	1.322	5.606
66	–0.033	–5.638	–5.671	166	–0.635	–8.463	–9.098
67	0.160	–6.587	–6.426	167	–0.177	10.205	10.028
68	0.867	–4.426	–3.559	168	–0.293	–11.684	–11.977
69	–2.495	5.080	2.585	169	1.104	0.960	2.064
70	0.040	–6.555	–6.515	170	–10.000	0.000	–10.000
71	2.292	5.080	7.372	171	–5.505	7.369	1.864
72	–1.056	–4.426	–5.483	172	–5.505	7.369	1.864
73	–0.127	–6.587	–6.714	173	–2.060	13.285	11.225
74	0.015	–5.638	–5.622	174	–2.060	13.285	11.225
75	0.293	9.850	10.144	175	1.484	7.369	8.853
76	0.070	–4.568	–4.498	176	1.484	7.369	8.853
77	–0.664	7.252	6.588	177	0.000	0.000	0.000
78	–2.880	12.113	9.234	178	–0.332	–9.162	–9.494
79	–0.061	12.113	12.052	179	–0.549	15.960	15.411
80	–0.045	7.252	7.207	180	0.416	–12.010	–11.594
81	–4.003	3.679	–0.325	181	0.687	–8.885	–8.198
82	0.135	–7.082	–6.947	182	1.532	–7.913	–6.380
83	–3.548	5.185	1.638	183	–5.473	1.011	–4.462
84	0.490	–7.220	–6.730	184	0.439	–18.786	–18.348
85	–4.361	7.581	3.220	185	4.471	1.011	5.482
86	0.684	–6.462	–5.778	186	–2.816	–7.913	–10.729
87	0.219	–8.803	–8.584	187	–0.635	–8.885	–9.521
88	–1.965	–6.462	–8.427	188	–0.359	–12.010	–12.369
89	2.654	7.581	10.235	189	0.982	15.960	16.942
90	–0.384	–7.220	–7.604	190	0.102	–9.162	–9.060
91	–0.228	5.185	4.957	191	–0.731	11.981	11.251
92	0.034	–7.082	–7.049	192	–7.561	5.978	–1.583
93	0.802	3.679	4.480	193	3.797	5.978	9.775
94	–10.000	0.000	–10.000	194	–0.196	11.981	11.786
95	–4.680	10.036	5.357	195	–0.324	–15.086	–15.410
96	–4.680	10.036	5.357	196	0.622	–8.545	–7.923
97	–2.034	15.137	13.104	197	3.420	–7.293	–3.872

(表 I–7　Continuous)

98	–2.034	15.137	13.104	198	–3.671	–7.293	–10.963
99	0.459	10.036	10.496	199	–0.595	–8.545	–9.140
100	0.459	10.036	10.496	200	0.150	–15.086	–14.936

(單位：ksi)

附錄J　單跨雙層平面構架細部資料及設計結果

J.1　細部設計資料

表J–1　單跨雙層平面構架節點對應自由度編號

節點	自由度			節點	自由度		
	x向位移	y向位移	z向轉角		x向位移	y向位移	z向轉角
1	1	2	3	4	7	8	9
2	4	5	6	5	10	11	12

表J–2　單跨雙層平面構架設計變數分組及桿件節點

變數	桿件	變數	桿件	變數	桿件	變數	桿件
1	1, 5	2	2, 4	3	3	4	6

表J–3　單跨雙層平面構架載重資料

載重型式	施加處	施加類型	方向	載重
1	構件3、6	均佈載重	負y向	87.583 kN/m
2	節點1、2	集中載重	自由度1、4方向	200.2 kN
3	節點4、5	集中載重	自由度7、10方向	–200.2 kN

表J–4　單跨雙層平面構架斷面資料庫

斷面編號	斷面積A (cm^2)	斷面模數S (cm^3)	面積慣性矩I (cm^4)
1	118.39	1690.20	41623.00
2	144.92	2290.90	62435.00
3	167.34	2842.50	83246.00
4	187.10	3360.30	104058.00
5	204.96	3852.70	124869.00
6	221.37	4324.90	145681.00
7	236.66	4780.50	166492.00
8	251.02	5222.00	187304.00
9	264.59	5651.40	208115.00

J.2 GA–NB設計結果

表J–5 單跨雙層平面構架設計結果：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面
1	5	3	2
2	2	4	7

表J–6 單跨雙層平面構架設計結果：節點位移

自由度	位移			自由度	位移		
	載重1	載重2	載重3		載重1	載重2	載重3
1	0.007	2.514	–2.494	7	–0.007	2.494	–2.514
2	–0.098	0.040	–0.040	8	–0.098	–0.040	0.040
3	0.162	0.192	–0.191	9	–0.162	0.191	–0.192
4	–0.003	1.040	–1.028	10	0.003	1.028	–1.040
5	–0.058	0.029	–0.029	11	–0.058	–0.029	0.029
6	0.040	0.184	–0.181	12	–0.040	0.181	–0.184

(單位：cm)

表J–7 單跨雙層平面構架設計結果：構件應力

構件	最大組合應力		
	載重1	載重2	載重3
1	–50033.879	159332.125	–157709.953
2	–106631.813	106003.719	–106209.508
3	–94191.313	–105790.344	–105790.344
4	–106631.828	–106209.508	106003.719
5	–50033.859	–157709.953	159332.125
6	48996.680	–127078.320	–127078.320

(單位：kN / cm^2)

附錄K　雙跨五層平面構架細部資料及設計結果

K.1　細部設計資料

表K–1　雙跨五層平面構架節點對應自由度編號

節點	自由度			節點	自由度		
	x向位移	y向位移	z向轉角		x向位移	y向位移	z向轉角
1	1	2	3	9	25	26	27
2	4	5	6	10	28	29	30
3	7	8	9	11	31	32	33
4	10	11	12	12	34	35	36
5	13	14	15	13	37	38	39
6	16	17	18	14	40	41	42
7	19	20	21	15	43	44	45
8	22	23	24				

表K–2　雙跨五層平面構架設計變數分組及桿件節點

變數	桿件	變數	桿件	變數	桿件	變數	桿件
1	1, 2, 3	5	13, 14, 15	9	19	13	23
2	4, 5, 6	6	16	10	20	14	24
3	7, 8, 9	7	17	11	21	15	25
4	10, 11, 12	8	18	12	22		

表K–3　雙跨五層平面構架載重資料：基本載重

基本載重類型	施加處	施加類型	方向	載重
呆載重D.L.	構件16～25	均佈載重	負y向	11.76 kN/m
	節點1、3	集中載重	負y向	19.6 kN
	節點4、6、7、9、10、12、13、15	集中載重	負y向	40.2 kN
活載重L.L.	構件16～25	均佈載重	負y向	10.78 kN/m
風載重 W.L.	節點1	集中載重	正x向	5.684 kN
	節點4	集中載重	正x向	7.252 kN
	節點7	集中載重	正x向	6.664 kN
	節點10	集中載重	正x向	5.978 kN
	節點13	集中載重	正x向	6.272 kN

表K–4　雙跨五層平面構架載重資料：疊加型式

疊加類型	疊加型式
疊加型式1	D.L. + 0.9 (L.L. + W.L.)
疊加型式2	D.L. + W.L.
疊加型式3	D.L. + L.L.

表K–5　雙跨五層平面構架斷面資料庫

斷面編號	斷面積A (cm^2)	斷面模數S (cm^3)	面積慣性矩I (cm^4)
1	51.38	282.83	2545.50
2	57.66	356.08	3560.80
3	63.67	435.25	4787.70
4	69.81	537.46	6710.20
5	79.81	579.13	7239.10
6	80.04	678.13	9505.10
7	91.24	731.20	10236.80
8	97.00	938.83	15021.30
9	109.80	1007.10	16113.50
10	121.78	1319.35	23748.20
11	136.18	1405.75	25303.40
12	150.09	1757.77	35155.40
13	166.09	1864.44	37288.70
14	182.09	1971.10	39422.10

K.2 GA–NB設計結果

表K–6 雙跨五層平面構架設計結果(I)：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面
1	6	5	2	9	2	13	2
2	4	6	8	10	8	14	6
3	3	7	4	11	2	15	3
4	3	8	8	12	6		

表K–7 雙跨五層平面構架設計結果(I)：節點位移

自由度	位移			自由度	位移		
	載重1	載重2	載重3		載重1	載重2	載重3
1	4.068	4.577	–0.153	24	–0.035	0.019	–0.113
2	–0.495	–0.333	–0.534	25	3.119	3.510	–0.110
3	0.542	0.307	0.536	26	–0.354	–0.263	–0.350
4	4.058	4.571	–0.161	27	–0.011	0.077	–0.163
5	–0.690	–0.385	–0.717	28	2.317	2.587	–0.035
6	–0.194	–0.096	–0.222	29	–0.305	–0.206	–0.333
7	4.054	4.568	–0.165	30	0.301	0.231	0.186
8	–0.429	–0.317	–0.427	31	2.314	2.585	–0.036
9	–0.231	–0.096	–0.282	32	–0.417	–0.233	–0.432
10	3.688	4.165	–0.168	33	0.011	0.063	–0.098
11	–0.464	–0.313	–0.502	34	2.313	2.584	–0.037
12	0.317	0.213	0.252	35	–0.272	–0.203	–0.268
13	3.688	4.164	–0.166	36	0.055	0.134	–0.135
14	–0.639	–0.357	–0.664	37	1.390	1.546	–0.005
15	–0.054	0.002	–0.118	38	–0.187	–0.126	–0.205
16	3.688	4.164	–0.166	39	0.350	0.281	0.196
17	–0.406	–0.301	–0.403	40	1.393	1.547	–0.001
18	–0.055	0.024	–0.155	41	–0.256	–0.143	–0.265
19	3.120	3.511	–0.111	42	0.021	0.070	–0.088
20	–0.402	–0.271	–0.436	43	1.394	1.546	0.002
21	0.303	0.214	0.218	44	–0.168	–0.126	–0.165
22	3.119	3.510	–0.110	45	0.090	0.160	–0.109
23	–0.550	–0.307	–0.571				

(單位：cm)

表K–8　雙跨五層平面構架設計結果(I)：構件應力

構件	最大組合應力			構件	最大組合應力		
	載重1	載重2	載重3		載重1	載重2	載重3
1	–94.660	–87.820	–106.279	14	–94.046	–60.843	–81.631
2	–149.002	–113.514	–106.092	15	–87.824	–52.669	–82.305
3	–112.993	–99.325	–76.289	16	126.019	89.431	95.855
4	–99.324	–45.234	–135.908	17	112.288	–87.963	114.745
5	–154.258	–110.985	–113.635	18	–117.750	–83.295	–90.530
6	–106.659	–75.989	–93.540	19	–147.727	–100.002	–156.408
7	–83.121	–33.585	–123.418	20	–106.887	–72.504	88.995
8	–133.479	–96.705	–97.081	21	–135.317	–87.683	158.373
9	–98.942	–70.029	–84.599	22	–136.929	–85.775	127.636
10	–87.950	–39.301	–114.529	23	132.714	–78.326	156.532
11	–102.753	–72.017	–79.014	24	–134.177	–78.191	–135.275
12	–82.235	–55.338	–73.200	25	–149.954	–81.632	–163.263
13	–125.786	–61.846	–144.370				

(單位：MPa)

K.3 DLM設計結果

表K–9　雙跨五層平面構架設計結果(II)：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面
1	6	5	3	9	4	13	2
2	4	6	8	10	6	14	6
3	4	7	4	11	4	15	3
4	3	8	6	12	6		

表K–10　雙跨五層平面構架設計結果(II)：節點位移

自由度	位移			自由度	位移		
	載重1	載重2	載重3		載重1	載重2	載重3
1	4.157	4.567	0.101	24	–0.006	0.042	–0.088
2	–0.488	–0.329	–0.524	25	3.178	3.499	0.069
3	0.467	0.267	0.456	26	–0.352	–0.263	–0.345
4	4.146	4.561	0.092	27	0.014	0.078	–0.109
5	–0.662	–0.366	–0.696	28	2.376	2.626	0.028
6	–0.161	–0.077	–0.190	29	–0.309	–0.209	–0.333
7	4.141	4.558	0.087	30	0.330	0.264	0.189
8	–0.427	–0.316	–0.420	31	2.375	2.625	0.029
9	–0.193	–0.077	–0.242	32	–0.409	–0.226	–0.431
10	3.811	4.195	0.081	33	0.041	0.085	–0.072
11	–0.460	–0.311	–0.495	34	2.375	2.624	0.029
12	0.287	0.194	0.225	35	–0.276	–0.207	–0.269
13	3.812	4.195	0.084	36	0.062	0.120	–0.089
14	–0.616	–0.341	–0.648	37	1.398	1.553	0.002
15	–0.037	0.011	–0.101	38	–0.189	–0.128	–0.205
16	3.813	4.195	0.086	39	0.351	0.280	0.201
17	–0.405	–0.301	–0.397	40	1.401	1.553	0.006
18	–0.034	0.037	–0.135	41	–0.251	–0.139	–0.264
19	3.182	3.503	0.071	42	0.022	0.070	–0.087
20	–0.397	–0.269	–0.428	43	1.402	1.553	0.008
21	0.332	0.244	0.227	44	–0.171	–0.129	–0.165
22	3.179	3.500	0.070	45	0.097	0.168	–0.109
23	–0.528	–0.292	–0.556				

(單位：cm)

表K–11　雙跨五層平面構架設計結果(II)：構件應力

構件	最大組合應力			構件	最大組合應力		
	載重1	載重2	載重3		載重1	載重2	載重3
1	–95.581	–88.869	–107.156	14	–86.591	–55.745	–75.701
2	–147.849	–112.365	–105.848	15	–81.338	–47.965	–77.744
3	–113.608	–99.720	–76.819	16	126.509	89.628	96.602
4	–99.426	–46.745	–132.967	17	113.376	–88.995	114.464
5	–152.174	–108.676	–113.588	18	–156.698	–104.907	132.222
6	–109.626	–82.302	–90.085	19	111.162	–81.275	104.738
7	–94.647	–47.313	–121.249	20	–148.652	–96.309	–131.953
8	–125.089	–88.182	–95.278	21	–99.741	–69.530	–107.253
9	–96.486	–70.095	–78.020	22	137.919	–86.023	129.236
10	–84.992	–40.955	–105.156	23	132.551	–80.285	153.202
11	–100.548	–70.533	–77.495	24	–134.504	–78.862	–134.766
12	–80.387	–55.768	–68.109	25	–142.303	–77.548	–155.104
13	–118.554	–58.530	–135.572				

(單位：MPa)

附錄L　單跨八層平面構架細部資料及設計結果

L.1　細部設計資料

表L–1　單跨八層平面構架節點對應自由度編號

節點	自由度			節點	自由度		
	z向轉角	x向位移	y向位移		z向轉角	x向位移	y向位移
2	1	2	3	10	25	26	27
3	4	5	6	11	28	29	30
4	7	8	9	12	31	32	33
5	10	11	12	13	34	35	36
6	13	14	15	14	37	38	39
7	16	17	18	15	40	41	42
8	19	20	21	16	43	44	45
9	22	23	24	17	46	47	48

表L–2　單跨八層平面構架設計變數分組及桿件節點

變數	桿件	變數	桿件	變數	桿件	變數	桿件
1	1, 3, 4, 6	3	13, 15, 16, 18	5	2, 5	7	14, 17
2	7, 9, 10, 12	4	19, 21, 22, 24	6	8, 11	8	20, 23

表L–3　單跨八層平面構架載重資料

對應自由度方向	載重kips (kN)
2	0.272 (1.21)
5	0.544 (2.42)
8	0.816 (3.63)
11	1.088 (4.85)
14	1.361 (6.06)
17	1.633 (7.27)
20	1.905 (8.48)
23	2.831 (12.61)
3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48	–100.000 (–445.37)

表L–4　單跨八層平面構架斷面資料庫：AISC–W型鋼 (AISC, 1989)

斷面編號	斷面積A (in^2)	斷面模數S (in^3)	面積慣性矩I (in^4)	型鋼名稱
1	2.68	5.56	16.40	W6×9
2	2.96	7.81	30.80	W8×10
3	3.54	10.90	53.80	W10×12
4	3.56	7.31	22.10	W6×12
5	3.83	5.46	11.30	W4×13
6	3.84	9.91	39.60	W8×13
7	4.16	14.90	88.60	W12×14
8	4.41	13.80	68.90	W10×15
9	4.43	9.72	29.10	W6×15
10	4.44	11.80	48.00	W8×15
11	4.68	8.51	21.30	W5×16
12	4.71	17.10	103.00	W12×16
13	4.74	10.20	32.10	W6×16
14	4.99	16.20	81.90	W10×17
15	5.26	15.20	61.90	W8×18
16	5.54	10.20	26.20	W5×19
17	5.57	21.30	130.00	W12×19
18	5.62	18.80	96.30	W10×19
19	5.87	13.40	41.40	W6×20
20	6.16	18.20	75.30	W8×21
21	6.48	25.40	156.00	W12×22
22	6.49	23.20	118.00	W10×22
23	6.49	29.00	199.00	W14×22
24	7.08	20.90	82.80	W8×24
25	7.34	16.70	53.40	W6×25
26	7.61	27.90	144.00	W10×26
27	7.65	33.40	204.00	W12×26
28	7.68	38.40	301.00	W16×26
29	7.69	35.30	245.00	W14×26
30	8.25	24.30	98.00	W8×28
31	8.79	38.60	238.00	W12×30
32	8.84	32.40	170.00	W10×30
33	8.85	42.00	291.00	W14×30
34	9.12	47.20	375.00	W16×31
35	9.13	27.50	110.00	W8×31
36	9.71	35.00	170.00	W10×33
37	10.00	48.60	340.00	W14×34
38	10.30	31.20	127.00	W8×35
39	10.30	45.60	285.00	W12×35
40	10.30	57.60	510.00	W18×35
41	10.60	56.50	448.00	W16×36
42	11.20	54.60	385.00	W14×38
43	11.50	42.10	209.00	W10×39
44	11.70	35.50	146.00	W8×40
45	11.80	51.90	310.00	W12×40
46	11.80	64.70	518.00	W16×40
47	11.80	68.40	612.00	W18×40
48	12.60	62.70	428.00	W14×43
49	13.00	81.60	843.00	W21×44
50	13.20	58.10	350.00	W12×45

(表 L–4　Continuous)

51	13.30	49.10	248.00	W10×45
52	13.30	72.70	586.00	W16×45
53	13.50	78.80	712.00	W18×46
54	14.10	43.30	184.00	W8×48
55	14.10	70.30	485.00	W14×48
56	14.40	54.60	272.00	W10×49
57	14.70	64.70	394.00	W12×50
58	14.70	81.00	659.00	W16×50
59	14.70	88.90	800.00	W18×50
60	14.70	94.50	984.00	W21×50
61	15.60	70.60	425.00	W12×53
62	15.60	77.80	541.00	W14×53
63	15.80	60.00	303.00	W10×54
64	16.20	98.30	890.00	W18×55
65	16.20	114.00	1350.00	W24×55
66	16.70	111.00	1170.00	W21×57
67	16.80	92.20	758.00	W16×57
68	17.00	78.00	475.00	W12×58
69	17.10	52.00	228.00	W8×58
70	17.60	66.70	341.00	W10×60
71	17.60	108.00	984.00	W18×60
72	17.90	92.20	640.00	W14×61
73	18.20	131.00	1550.00	W24×62
74	18.30	127.00	1330.00	W21×62
75	19.10	87.90	533.00	W12×65
76	19.10	117.00	1070.00	W18×65
77	19.70	60.40	272.00	W8×67
78	19.70	117.00	954.00	W16×67
79	20.00	75.70	394.00	W10×68
80	20.00	103.00	723.00	W14×68
81	20.00	140.00	1480.00	W21×68
82	20.10	154.00	1830.00	W24×68
83	20.80	127.00	1170.00	W18×71
84	21.20	97.40	597.00	W12×72
85	21.50	151.00	1600.00	W21×73
86	21.80	112.00	796.00	W14×74
87	22.30	146.00	1330.00	W18×78
88	22.40	176.00	2100.00	W24×78
89	22.60	85.90	455.00	W10×77
90	22.60	134.00	1110.00	W16×77
91	23.20	107.00	662.00	W12×79
92	24.10	123.00	882.00	W14×82
93	24.30	171.00	1830.00	W21×83
94	24.70	196.00	2370.00	W24×84
95	24.80	213.00	2850.00	W27×84
96	25.30	166.00	1530.00	W18×86
97	25.60	118.00	740.00	W12×87
98	25.90	98.50	534.00	W10×88
99	26.20	155.00	1300.00	W16×89
100	26.40	245.00	3620.00	W30×90
101	26.50	143.00	999.00	W14×90
102	27.30	192.00	2070.00	W21×93
103	27.70	222.00	2700.00	W24×94

(表 L–4　Continuous)

104	27.70	243.00	3270.00	W27×94
105	28.20	131.00	833.00	W12×96
106	28.50	188.00	1750.00	W18×97
107	29.10	157.00	1110.00	W14×99
108	29.10	269.00	3990.00	W30×99
109	29.40	112.00	623.00	W10×100
110	29.40	175.00	1490.00	W16×100
111	29.80	227.00	2420.00	W21×101
112	30.00	267.00	3620.00	W27×102
113	30.30	245.00	3000.00	W24×103
114	30.60	258.00	3100.00	W24×104
115	31.10	204.00	1910.00	W18×106
116	31.20	145.00	933.00	W12×106
117	31.70	299.00	4470.00	W30×108
118	32.00	173.00	1240.00	W14×109
119	32.70	249.00	2670.00	W21×111
120	32.90	126.00	716.00	W10×112
121	33.50	299.00	4090.00	W27×114
122	34.20	329.00	4930.00	W30×116
123	34.40	291.00	3540.00	W24×117
124	34.70	359.00	5900.00	W33×118
125	35.10	231.00	2190.00	W18×119
126	35.30	163.00	1070.00	W12×120
127	35.30	190.00	1380.00	W14×120
128	35.90	273.00	2960.00	W21×122
129	36.50	355.00	5360.00	W30×124
130	37.80	345.00	4760.00	W27×129
131	38.20	256.00	2460.00	W18×130
132	38.30	406.00	6710.00	W33×130
133	38.50	329.00	4020.00	W24×131
134	38.80	209.00	1530.00	W14×132
135	38.80	295.00	3220.00	W21×132
136	38.90	380.00	5770.00	W30×132
137	39.70	439.00	7800.00	W36×135
138	39.90	186.00	1240.00	W12×136
139	41.60	448.00	7450.00	W33×141
140	42.10	282.00	2750.00	W18×143
141	42.70	232.00	1710.00	W14×145
142	42.90	411.00	5630.00	W27×146
143	43.00	371.00	4580.00	W24×146
144	43.20	329.00	3630.00	W21×147
145	43.50	436.00	6680.00	W30×148
146	43.80	512.00	9780.00	W40×149
147	44.20	504.00	9040.00	W36×150
148	44.70	209.00	1430.00	W12×152
149	44.70	487.00	8160.00	W33×152
150	46.30	310.00	3060.00	W18×158
151	46.70	254.00	1900.00	W14×159
152	47.00	542.00	9750.00	W36×160
153	47.40	455.00	6280.00	W27×161
154	47.70	414.00	5170.00	W24×162
155	48.80	380.00	4280.00	W21×166
156	49.10	599.00	11600.00	W40×167

157	49.50	549.00	9290.00	W33×169
158	50.00	235.00	1650.00	W12×170
159	50.00	580.00	10500.00	W36×170
160	50.80	539.00	8200.00	W30×173
161	51.10	639.00	12200.00	W40×174
162	51.30	344.00	3450.00	W18×175
163	51.70	450.00	5680.00	W24×176
164	51.80	281.00	2140.00	W14×176
165	52.30	502.00	6990.00	W27×178
166	53.60	417.00	4730.00	W21×182
167	53.60	623.00	11300.00	W36×182
168	53.70	682.00	13300.00	W40×183
169	55.80	263.00	1890.00	W12×190
170	56.10	598.00	9170.00	W30×191
171	56.30	491.00	6260.00	W24×192
172	56.40	380.00	3870.00	W18×192
173	56.80	310.00	2400.00	W14×193
174	57.00	556.00	7820.00	W27×194
175	57.00	664.00	12100.00	W36×194
176	58.40	769.00	14900.00	W40×199
177	59.10	684.00	11500.00	W33×201
178	59.20	461.00	5310.00	W21×201
179	60.70	531.00	6820.00	W24×207
180	61.80	292.00	2140.00	W12×210
181	61.80	719.00	13200.00	W36×210
182	62.00	338.00	2660.00	W14×211
183	62.00	663.00	10300.00	W30×211
184	62.00	785.00	15500.00	W40×211
185	62.10	419.00	4330.00	W18×211
186	63.30	858.00	16700.00	W40×215
187	63.80	624.00	8870.00	W27×217
188	65.00	757.00	12800.00	W33×221
189	67.20	588.00	7650.00	W24×229
190	67.60	837.00	15000.00	W36×230
191	67.70	321.00	2420.00	W12×230
192	67.70	969.00	20800.00	W44×230
193	68.10	809.00	15000.00	W36×232
194	68.50	375.00	3010.00	W14×233
195	68.80	466.00	4900.00	W18×234
196	68.90	874.00	17400.00	W40×235
197	69.00	746.00	11700.00	W30×235
198	69.10	674.00	9660.00	W27×235
199	70.90	829.00	14200.00	W33×241
200	72.10	895.00	16100.00	W36×245
201	73.30	992.00	19500.00	W40×249
202	73.50	644.00	8490.00	W24×250
203	74.10	353.00	2720.00	W12×252
204	75.40	895.00	16800.00	W36×256
205	75.60	415.00	3400.00	W14×257
206	75.70	742.00	10800.00	W27×258
207	75.90	514.00	5510.00	W18×258
208	76.50	953.00	17300.00	W36×260
209	76.70	827.00	13100.00	W30×261

(表 L–4　Continuous)

210	77.20	1120.00	24200.00	W44×262
211	77.40	917.00	15800.00	W33×263
212	77.60	971.00	19400.00	W40×264
213	81.30	1100.00	21900.00	W40×277
214	81.80	1020.00	20500.00	W40×278
215	81.90	393.00	3110.00	W12×279
216	82.00	718.00	9600.00	W24×279
217	82.40	1030.00	18900.00	W36×280
218	83.20	564.00	6160.00	W18×283
219	83.30	459.00	3840.00	W14×283
220	85.60	1010.00	17700.00	W33×291
221	85.70	928.00	14900.00	W30×292
222	85.80	1240.00	27100.00	W44×290
223	87.40	1170.00	23200.00	W40×297
224	88.30	1110.00	20300.00	W36×300
225	89.60	435.00	3550.00	W12×305
226	90.20	884.00	13100.00	W27×307
227	91.40	506.00	4330.00	W14×311
228	91.50	624.00	6960.00	W18×311
229	93.50	1110.00	19500.00	W33×318
230	94.10	1250.00	25100.00	W40×321
231	95.70	1030.00	16800.00	W30×326
232	96.40	1210.00	22500.00	W36×328
233	97.60	1210.00	24700.00	W40×331
234	98.30	1410.00	31100.00	W44×335
235	98.40	864.00	11900.00	W24×335
236	98.80	483.00	4060.00	W12×336
237	101.00	559.00	4900.00	W14×342
238	104.00	1230.00	21900.00	W33×354
239	105.00	1320.00	24800.00	W36×359
240	108.00	1060.00	16100.00	W27×368
241	109.00	607.00	5440.00	W14×370
242	109.00	1460.00	29600.00	W40×372
243	114.00	1250.00	20700.00	W30×391
244	115.00	1450.00	27500.00	W36×393
245	115.00	1440.00	29900.00	W40×392
246	117.00	656.00	6000.00	W14×398
247	119.00	1060.00	15100.00	W24×408
248	125.00	707.00	6600.00	W14×426
249	127.00	1690.00	34800.00	W40×431
250	128.00	1620.00	31000.00	W36×439
251	131.00	1300.00	20400.00	W27×448
252	134.00	756.00	7190.00	W14×455
253	137.00	1710.00	36300.00	W40×466
254	140.00	1530.00	26100.00	W30×477
255	144.00	1290.00	19100.00	W24×492
256	147.00	838.00	8210.00	W14×500
257	148.00	1980.00	41700.00	W40×503
258	154.00	1950.00	38300.00	W36×527
259	158.00	1570.00	25500.00	W27×539
260	162.00	931.00	9430.00	W14×550
261	174.00	2340.00	50400.00	W40×593
262	178.00	1040.00	10800.00	W14×605

(表 L–4　Continuous)

263	190.00	2420.00	48900.00	W36×650
264	196.00	1150.00	12400.00	W14×665
265	215.00	1280.00	14300.00	W14×730
266	234.00	2980.00	62600.00	W36×798
267	237.00	1400.00	16000.00	W14×808
268	249.00	3170.00	67400.00	W36×848

L.2 GA–NB設計結果

表L–5 單跨八層平面構架設計結果(I)：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面
1	40	3	12	5	47	7	23
2	34	4	23	6	40	8	23

表L–6 單跨八層平面構架設計結果(I)：節點位移

自由度	位移	自由度	位移	自由度	位移	自由度	位移
1	–0.001	13	–0.001	25	–0.002	37	–0.002
2	0.107	14	1.149	26	1.989	38	0.772
3	–0.302	15	–1.381	27	–1.998	39	–1.162
4	–0.001	16	–0.002	28	–0.003	40	–0.002
5	0.289	17	1.233	29	1.682	41	0.521
6	–0.567	18	–1.631	30	–1.932	42	–0.925
7	–0.002	19	–0.003	31	–0.002	43	–0.001
8	0.522	20	1.685	32	1.238	44	0.289
9	–0.825	21	–1.772	33	–1.799	45	–0.639
10	–0.002	22	–0.002	34	–0.002	46	–0.001
11	0.773	23	1.990	35	1.145	47	0.107
12	–1.042	24	–1.834	36	–1.525	48	–0.341

(單位：in)

表L–7 單跨八層平面構架設計結果(I)：構件應力

構件	最大組合應力	構件	最大組合應力	構件	最大組合應力
1	–80.331	9	–75.848	17	9.066
2	–7.933	10	–58.212	18	–76.454
3	–89.924	11	–8.489	19	–43.941
4	–70.018	12	–63.011	20	–14.475
5	–8.541	13	–96.150	21	–45.811
6	–77.861	14	–4.005	22	–19.443
7	–69.126	15	–101.295	23	–4.720
8	–9.330	16	–72.602	24	–20.229

(單位：ksi)

L.3 DLM設計結果

表L–8 單跨八層平面構架設計結果(II)：選用斷面

變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面	變數	斷面
1	40	3	12	5	40	7	28
2	28	4	23	6	40	8	28

表L–9 單跨八層平面構架設計結果(II)：節點位移

自由度	位移	自由度	位移	自由度	位移	自由度	位移
1	–0.001	13	–0.001	25	–0.002	37	–0.002
2	0.114	14	1.219	26	1.986	38	0.840
3	–0.302	15	–1.470	27	–2.096	39	–1.260
4	–0.001	16	–0.002	28	–0.002	40	–0.002
5	0.308	17	1.289	29	1.705	41	0.567
6	–0.567	18	–1.721	30	–2.031	42	–0.978
7	–0.002	19	–0.002	31	–0.002	43	–0.001
8	0.567	20	1.707	32	1.294	44	0.308
9	–0.873	21	–1.860	33	–1.898	45	–0.639
10	–0.002	22	–0.002	34	–0.001	46	–0.001
11	0.840	23	1.986	35	1.215	47	0.114
12	–1.131	24	–1.923	36	–1.623	48	–0.341

(單位：in)

表L–10 單跨八層平面構架設計結果(II)：構件應力

構件	最大組合應力	構件	最大組合應力	構件	最大組合應力
1	–80.576	9	–90.118	17	6.923
2	–9.216	10	–69.357	18	–76.247
3	–90.125	11	–8.450	19	–43.679
4	–70.041	12	–75.050	20	–11.482
5	–9.950	13	–96.225	21	–45.629
6	–77.879	14	–3.085	22	–19.063
7	–82.093	15	101.512	23	–3.282
8	–9.488	16	–72.276	24	–19.798

(單位：ksi)